Th.s Toán học - Ks Tin học LÊ HỒNG ĐỨC - Chủ biên
Nhà giáo ưu tú ĐÀO THIỆN KHẢI
LÊ BÍCH NGỌC
LÊ HỮU TRÍ

Để học tốt TOÁN 6

TẬP 2

Ta có :

$$A = \frac{8n - 9}{2n + 5} = \frac{4(2n + 5) - 29}{2n + 5}$$

$$= 4 - \frac{29}{2n + 5}$$

- Với Học sinh cuốn sách này cung cấp một bộ giáo trình hoàn chỉnh về mặt kiến thức, dễ đọc, dễ hiểu.
- Với Thầy, Cô giáo và Phụ huynh cuốn sách này cung cấp một bộ giáo án hoàn chỉnh về mặt kiến thức và có tính sư phạm để giảng dạy cơ bản và nâng cao theo tư tưởng đổi mới phương pháp dạy học.



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

Th.s Toán học – Ks Tin học LÊ HỒNG ĐỨC – Chủ biên
Nhà giáo ưu tú ĐÀO THIỆN KHẢI
LÊ BÍCH NGỌC
LÊ HỮU TRÍ

ĐỂ HỌC TỐT TOÁN 6

TẬP 2

- *Với Học sinh cuốn sách này cung cấp một bộ giáo trình hoàn chỉnh về mặt kiến thức, dễ đọc, dễ hiểu.*
- *Với Thầy, Cô và Phụ huynh cuốn sách này cung cấp một bộ giáo án hoàn chỉnh về mặt kiến thức và có tính sư phạm để giảng dạy cơ bản và nâng cao theo tư tưởng đổi mới phương pháp dạy học*

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

GIỚI THIỆU CHUNG

Xin trân trọng giới thiệu tới các Thầy, Cô giáo, các Phụ huynh, cùng toàn thể các Em học sinh bộ sách:

RÈN LUYỆN KỸ NĂNG GIẢI TOÁN THCS

do Thạc sĩ Toán học Lê Hồng Đức chủ biên.

Bộ tài liệu gồm 9 cuốn :

Cuốn 1: Toán 6 – Tập 1
Cuốn 2: Toán 6 – Tập 2
Cuốn 3: Toán 7 – Tập 1
Cuốn 4: Toán 7 – Tập 2
Cuốn 5: Toán 8 – Tập 1
Cuốn 6: Toán 8 – Tập 2
Cuốn 7: Toán 9 – Tập 1
Cuốn 8: Toán 9 – Tập 2.

Bộ sách được viết theo chương trình sách giáo khoa mới của Bộ Giáo dục và Đào tạo dựa trên một tư tưởng hoàn toàn mới mẻ, có tính sư phạm, có tính tổng hợp cao, tận dụng được đầy đủ thế mạnh của các phương pháp giải Toán THCS.

Mục tiêu của bộ sách:

1. *Cung cấp cho các Thầy, Cô giáo, các Phụ huynh một bộ giáo án có chất lượng về mặt sư phạm và chứa đựng đầy đủ kiến thức cơ bản cũng như chuyên sâu, để sau khi tham khảo có thể chuyển đổi ngay thành giáo án mang đi giảng dạy cho học sinh của mình.*

2. *Cung cấp cho các em học sinh THCS yêu thích môn Toán một bộ sách tự học tập dễ hiểu và bổ ích. Nó chắc chắn sẽ trở thành người bạn đồng hành để giúp các Em chủ động hơn trong việc học Toán theo chương trình sách giáo khoa và mở mang kiến thức Toán THCS của bản thân.*

Các cuốn Toán 6, Toán 7, Toán 8, Toán 9 đều có chung một cấu trúc, bao gồm hai phần:

Phần I – Số học hoặc đại số
Phần II – Hình học

Mỗi phần chứa đựng các chương (chương I, chương II, ...). Ở mỗi chương chứa dựng các chủ đề (chủ đề 1, chủ đề 2, ...) theo nội dung của sách giáo khoa.

Mỗi chủ đề đều được chia thành 5 mục:

I. *Kiến thức cơ bản*

Trình bày có trật tự nội dung kiến thức liên quan (trong hầu hết các trường hợp chúng được bắt đầu bằng phương pháp đặt vấn đề) cùng với những thí dụ minh họa ngay sau đó.

II. *Các ví dụ minh họa*

Gồm các ví dụ được tuyển chọn có chọn lọc nhằm giúp hoàn thiện kiến thức cơ bản và nâng cao kỹ năng giải Toán.

III. *Câu hỏi ôn tập lý thuyết*

IV. *Bài tập đề nghị*

V. *Hướng dẫn - Đáp số*

Như vậy, ở mỗi chủ đề:

1. *Với việc trình bày kiến thức cơ bản theo kiểu đặt vấn đề, cũng cũng thí dụ minh họa ngay sau đó, sẽ giúp tăng chất lượng bài giảng cho các Thầy, Cô giáo. Và với các em học sinh sẽ thấy dễ hiểu kiến thức mới để rồi biết cách trình bày bài. Điều này phù hợp với xu hướng giáo dục mới trong công cuộc cải cách phương pháp dạy và học theo hướng "* ***Lấy học trò làm trung tâm*** *"*
2. *Tiếp đó, tới các ví dụ minh hoạ có chọn lọc, sẽ giúp các Thầy, Cô giáo dẫn dắt các em học sinh hoàn thiện kiến thức.*
3. *Đặc biệt là nội dung của các* ***chú ý, nhận xét*** *và* ***yêu cầu*** *sau mỗi kiến thức cùng với một vài thí dụ và ví dụ sẽ giúp các Thầy, Cô giáo củng cố những hiểu biết chưa thật thấu đáo cho các em học sinh, cùng với cách nhìn nhận vấn đề đặt ra cho các em học sinh, để trả lời một cách thoả đáng câu hỏi "* ***Tại sao lại nghĩ và làm như vậy ?*** *".*
4. *Ngoài ra, còn có rất nhiều bài toán được giải bằng nhiều cách khác nhau sẽ giúp các học sinh trở nên linh hoạt trong việc lựa chọn phương pháp giải.*

Chúng tôi cũng xin trân trọng cảm ơn các bạn đồng nghiệp đã nhận lời đọc bản thảo, nhận lời tới dự giờ trong các tiết giảng thử của chúng tôi theo giáo trình này ở trên các lớp 6, 7, 8, 9 tại một số trường THCS của Hà Nội và từ đó đóng góp những nhận xét quý báu để giúp chúng tôi tới ngày hôm nay hoàn thiện được bộ sách này.

Cuối cùng, cho dù đã rất cố gắng, nhưng thật khó tránh khỏi những thiếu sót bởi những hiểu biết và kinh nghiệm còn hạn chế, rất mong nhận được những ý kiến đóng góp quý báu của bạn đọc gần xa.

MỤC LỤC

Phần 1

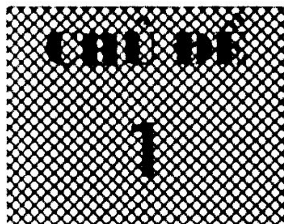
Số học

CHƯƠNG I - PHÂN SỐ

Trong chương trình học Toán ở bậc Tiểu học, chúng ta đã được làm quen với phân số. Do vậy, trong chương này, ngoài việc ôn tập và hệ thống những kiến thức đã học chúng ta sẽ tìm hiểu sâu hơn về phân số.

Chương này, bao gồm:

1. **Mở rộng khái niệm phân số**
2. **Phân số bằng nhau**
3. **Tính chất cơ bản của phân số**
4. **Rút gọn phân số**
5. **Quy đồng mẫu nhiều phân số**
6. **So sánh phân số**
7. **Phép cộng phân số và tính chất cơ bản của phép cộng phân số**
8. **Phép trừ phân số**
9. **Phép nhân phân số và tính chất cơ bản của phép nhân phân số**
10. **Phép chia phân số**
11. **Hỗn số – Số thập phân – Phần trăm**
12. **Ba bài toán cơ bản của phân số**



MỞ RỘNG KHÁI NIỆM PHÂN SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. KHÁI NIỆM PHÂN SỐ

Trong tập hợp số nguyên không phải lúc nào phép chia cũng được thực hiện, thí dụ: 7 : 2, 4 : 5, ...

Tuy nhiên, trong thực tế có rất nhiều trường hợp phải thực hiện các phép chia như vậy. Do đó, người ta có thể dùng phân số để ghi kết quả của các phép chia đó. Chẳng hạn:

- Phân số $\frac{7}{2}$ có thể coi là thương của phép chia 7 cho 2.
- Phân số $\frac{4}{5}$ có thể coi là thương của phép chia 4 cho 5.

Câu hỏi được đặt ra khá tự nhiên là " *Nếu* $\frac{7}{2}$ *là phân số thì* $\frac{-7}{2}$ *và* $\frac{7}{-2}$ *có phải là phân số không* ? ", dễ thấy câu trả lời là có, vì:

- Phân số $\frac{-7}{2}$ được coi là thương của phép chia −7 cho 2.
- Phân số $\frac{7}{-2}$ được coi là thương của phép chia 7 cho −2.

Từ đó, ta có định nghĩa:

> ***Tổng quát:*** *Ta gọi* $\frac{a}{b}$ *với* $a, b \in Z$, $b \neq 0$ *là phân số. Trong đó:*
> - *a được gọi là tử số (tử) của phân số.*
> - *b là mẫu số (mẫu) của phân số.*

Thí dụ 1: Ta có: $\frac{1}{2}; \frac{-3}{5}; \frac{5}{-2}; \frac{-8}{-9}; \frac{0}{12};$... là những phân số.

Nhận xét:

1. Ta có thể viết số nguyên a dưới dạng phân số như sau:

$$a = \frac{a}{1}.$$

2. Một phân số được gọi là *phân số thực sự* khi giá trị tuyệt đối của mẫu lớn hơn giá trị tuyệt đối của tử. Cụ thể:

$$\frac{a}{b} \text{ là phân số thực sự} \Leftrightarrow |b| > |a|.$$

Thí dụ 2: Hãy viết các số 3, 0 dưới dạng phân số.

Giải

Ta có: $3 = \frac{3}{1}$ và $0 = \frac{0}{1}$.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Trong các cách viết sau đây, cách viết nào cho ta phân số:

a. $\frac{3}{8}$. b. $\frac{-4}{7}$. c. $\frac{0.5}{8}$. d. $\frac{3}{0}$.

Giải

Ta có:

- $\frac{3}{8}, \frac{-4}{7}$ là phân số theo định nghĩa.
- $\frac{0.5}{8}$ không phải là phân số vì $0.5 \notin \mathbf{Z}$.
- $\frac{3}{0}$ không phải là phân số vì mẫu số bằng 0.

Ví dụ 2: Hãy viết các số 2, –6, 0 dưới dạng phân số.

Giải

Ta có: $2 = \frac{2}{1} = \frac{-2}{-1} = \frac{4}{2} = ...$

$-6 = \frac{-6}{1} = \frac{6}{-1} = \frac{12}{-2} = ...$

$0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \frac{0}{2005} = ... = \frac{0}{b}$, với $b \neq 0$ và $b \in \mathbf{Z}$.

Ví dụ 3: Tìm tập hợp A các số nguyên x, biết $\frac{-12}{4} < x \leq \frac{4}{2}$.

Giải

Ta có: $A = \{x \in \mathbf{Z} / \frac{-12}{4} < x \leq \frac{4}{2}\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

Vậy, ta được A = = {–2, –1, 0, 1, 2}.

Ví dụ 4: Cho biểu thức $M = \frac{3}{n-2}$ với n là số nguyên.

a. Tìm điều kiện của n để M là phân số.

b. Tìm phân số M, biết n = 0, n = –2.

Giải

a. Để M là phân số điều kiện là: $n - 2 \neq 0 \Leftrightarrow n \neq 2$.

Vậy, với $n \neq 2$ thì M là một phân số.

b. Ta lần lượt có:

- Với $n = 0$, ta được $M = \frac{3}{-2}$.
- Với $n = -2$, ta được $M = \frac{3}{-4}$.

Ví dụ 5: Biểu thị các số dưới đây dưới dạng phân số với đơn vị là:

a. Mét 18cm. b. Mét vuông $8dm^2$.

Giải

a. Ta có ngay: $18cm = \frac{18}{100}$ m. b. Ta có ngay: $8dm^2 = \frac{8}{100} m^2$.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu định nghĩa phân số và cho ví dụ.

Câu hỏi 2: Mọi số nguyên có thể viết dưới dạng phân số không ? Cho ví dụ.

Câu hỏi 3: Thế nào là một phân số thực sự? Cho ví dụ.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Trong các cách viết sau đây, cách viết nào cho ta phân số:

a. $\frac{4}{1.3}$. b. $\frac{3}{-12}$. c. $\frac{0}{8}$. d. $\frac{2}{0}$.

Bài tập 2. Hãy viết các số −8, −2, 3 dưới dạng phân số.

Bài tập 3. Viết các phân số sau:

a. Ba phần tám. b. Mười một phần hai mươi.

c. Âm tám phần chín. d. Chín phần âm bốn.

Bài tập 4. Viết các phép chia sau dưới dạng phân số:

a. 2 : 7. b. (−3) : 8.

c. 4 : (−5) d. (−6) : (−17).

e. x chia cho 9 ($x \in \mathbb{Z}$). f. 11 chia cho x ($x \in \mathbb{Z}^*$).

Bài tập 5. Dùng cả hai số a và b để viết thành phân số, mỗi số chỉ được viết một lần ($a, b \in \mathbb{Z}^*$)..

Bài tập 6. Tìm tập hợp A các số nguyên x, biết $\frac{8}{4} \leq x \leq \frac{9}{2}$.

Bài tập 7. Cho biểu thức $A = \frac{4}{n-6}$ với n là số nguyên.

a. Tìm điều kiện của n để A là phân số.

b. Tìm phân số A, biết n = 0, n = 1.

Bài tập 8. Cho biểu thức $B = \dfrac{n}{n+1}$.

a. Tìm điều kiện của n để B là phân số.

b. Tìm phân số B, biết n = 0, n = 8.

Bài tập 9. Biểu thị các số dưới đây dưới dạng phân số với đơn vị là:

a. Mét 9mm.

b. Mét 27cm.

c. Mét 39dm.

d. Mét vuông $6mm^2$.

e. Mét vuông $33cm^2$.

f. Mét vuông $81dm^2$.

g. Kilogam 55g.

h. Phút 13 giây.

V. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1. Ta có:

- $\dfrac{3}{-12}$, $\dfrac{0}{8}$ là phân số theo định nghĩa.
- $\dfrac{4}{1.3}$ không phải là phân số vì $1.3 \notin \mathbf{Z}$.
- $\dfrac{2}{0}$ không phải là phân số vì mẫu số bằng 0.

Bài tập 2. Ta có:

$$-8 = \frac{-8}{1} = \frac{8}{-1} = \frac{16}{-2} = \dots$$

$$-2 = \frac{-2}{1} = \frac{2}{-1} = \frac{-4}{2} = \dots$$

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{-3}{-1} = \frac{9}{3} = \dots$$

Bài tập 3.

a. $\dfrac{3}{8}$. b. $\dfrac{11}{20}$. c. $\dfrac{-8}{9}$. d. $\dfrac{9}{-4}$.

Bài tập 4.

a. $\dfrac{2}{7}$. b. $\dfrac{-3}{8}$. c. $\dfrac{4}{-5}$. d. $\dfrac{-6}{-17}$.

e. $\dfrac{x}{9}, x \in \mathbf{Z}$. f. $\dfrac{11}{x}, x \in \mathbf{Z}^*$.

Bài tập 5.

a. $\dfrac{a}{b}$. b. $\dfrac{b}{a}$.

Bài tập 6. Ta có: $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid \frac{8}{4} \le x \le \frac{9}{2}\} = \{2, 3, 4\}$.

Vậy, ta được A = = { 2, 3, 4 }.

Bài tập 7.

a. Để A là phân số điều kiện là: $n - 6 \neq 0 \Leftrightarrow n \neq 6$.

Vậy, với $n \neq 2$ thì A là một phân số.

b. Ta lần lượt có:

- Với n = 0, ta được $A = \frac{4}{-6}$.
- Với n = 1, ta được $A = \frac{4}{-5}$.

Bài tập 8.

a. Để B là phân số điều kiện là: $\begin{cases} n, n+1 \text{ nguyên} \\ n + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow n \in \mathbf{Z}$ và $n \neq -1$.

Vậy, với $n \in \mathbf{Z}$ và $n \neq -1$ thì B là một phân số.

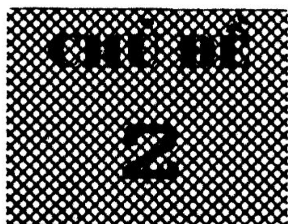
b. Ta lần lượt có:

- Với n = 0, ta được B = 0.
- Với n = 8, ta được $B = \frac{8}{9}$.

Bài tập 9.

a. $\frac{9}{1000}$;   b. $\frac{27}{100}$.   c. $\frac{39}{10}$.   d. $\frac{6}{1000000}$.

e. $\frac{33}{10000}$ f. $\frac{81}{100}$ g. $\frac{55}{1000}$ h. $\frac{13}{24}$

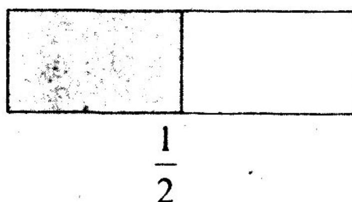


PHÂN SỐ BẰNG NHAU

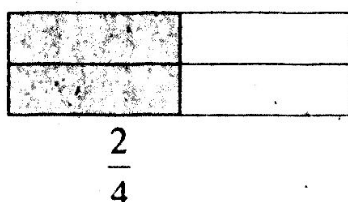
I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. ĐỊNH NGHĨA

Thí dụ 1: Ta xét hai phân số $\frac{1}{2}$ và $\frac{2}{4}$ được minh hoạ bởi hình vẽ:



$\frac{1}{2}$



$\frac{2}{4}$

Từ đó, ta có $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.

Trong đó, ta nhận xét thấy: 1.4 = 2.2 = 4.

Từ đó, ta có định nghĩa sau:

> *Hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ gọi là hai phân số bằng nhau nếu a.d = b.c.*

Nhận xét: Từ định nghĩa hai phân số bằng nhau, ta thấy:

1. Để chứng tỏ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, ta cần đi chứng minh a.d = b.c.
2. Nếu có a.d = b.c, ta sẽ nhận được:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ hoặc } \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ hoặc } \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \text{ hoặc } \frac{c}{a} = \frac{d}{b}.$$

Thí dụ 2: Chứng tỏ rằng $\frac{6}{9} = \frac{-2}{-3}$.

Giải

Nhận xét rằng: 6.(−3) = −18 và 9.(−2) = −18

$$\Rightarrow 6.(-3) = 9.(-2) \Leftrightarrow \frac{6}{9} = \frac{-2}{-3}, \text{ đpcm.}$$

Chú ý: Như vậy chúng ta đã sử dụng nhận xét đầu tiên để chứng minh hai phân số bằng nhau (gọi là "*Phương pháp chứng minh bằng định nghĩa*"). Thí dụ tiếp theo sẽ minh hoạ việc sử dụng nhận xét thứ 2.

Thí dụ 3: Lập các cặp phân số bằng nhau từ đẳng thức: 1.8 = 2.4.

Giải

Từ đẳng thức 1.8 = 2.4, ta có thể suy ra được các cặp phân số bằng nhau là:

$$\frac{1}{2}=\frac{4}{8},\quad \frac{1}{4}=\frac{2}{8},\quad \frac{2}{1}=\frac{8}{4},\quad \frac{4}{1}=\frac{8}{2}.$$

Nhận xét: Tiếp theo, ta sử dụng định nghĩa hai phân số bằng nhau để giải dạng toán " *Điền số thích hợp vào ô trống* ".

Thí dụ 4: Thay dấu * bằng các số thích hợp để có được hai phân số bằng nhau.

$$\frac{*}{12}=\frac{1}{3}.$$

Giải

Sử dụng định nghĩa hai phân số bằng nhau, ta có:

$$\frac{*}{12}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow *.3 = 1.12 \Leftrightarrow * = \frac{12}{3} \Leftrightarrow * = 4.$$ Vậy, ta được: $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Thay dấu * bằng các số thích hợp để có được hai phân số bằng nhau:

$$\frac{-2}{15}=\frac{4}{*}.$$

Giải

Sử dụng định nghĩa hai phân số bằng nhau, ta có:

$$\frac{-2}{15}=\frac{4}{*} \Leftrightarrow (-2).* = 4.15 \Leftrightarrow * = \frac{4.15}{-2} \Leftrightarrow * = -30.$$

Vậy, ta được: $\frac{-2}{15}=\frac{4}{-30}$.

Ví dụ 2. Tìm các giá trị của x, y, z biết: $\frac{18}{x}=\frac{y}{35}=\frac{-8}{z}=\frac{2}{5}$, với x, y, z $\in \mathbf{Z}^*$.

Giải

Sử dụng định nghĩa hai phân số bằng nhau, ta có:

$$\frac{18}{x}=\frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{5.18}{2} = 45.$$

$$\frac{y}{35}=\frac{2}{5} \Rightarrow y = \frac{35.2}{5} = 14.$$

$$\frac{-8}{z}=\frac{2}{5} \Rightarrow z = \frac{(-8).5}{2} = -20.$$

Vậy, với x = 45, y = 14, z = −20, ta được dãy số:

$$\frac{18}{45}=\frac{14}{35}=\frac{-8}{-20}=\frac{2}{5}.$$

Ví dụ 3. Cho hai số nguyên a và b ($b \neq 0$). Chứng minh rằng các cặp phân số sau đây luôn bằng nhau:

a. $\frac{a}{b}$ và $\frac{-a}{-b}$. b. $\frac{-a}{b}$ và $\frac{a}{-b}$.

Giải

a. Ta có: $a.(-b) = b.(-a) \Leftrightarrow -(a.b) = -(a.b)$, luôn đúng

Vậy, theo định nghĩa hai phân số bằng nhau ta được điều phải chứng minh.

b. Ta có: $(-a).(-b) = b.a \Leftrightarrow a.b = a.b$, luôn đúng

Vậy, theo định nghĩa hai phân số bằng nhau ta được điều phải chứng minh.

Nhận xét: Áp dụng kết quả của ví dụ trên, ta thấy ngay:

$$\frac{3}{2} = \frac{-3}{-2} \text{ và } \frac{-8}{9} = \frac{8}{-9}.$$

Tức là, *nếu đổi dấu cả tử và mẫu số của một phân số thì sẽ nhận được một phân số bằng phân số đã cho.*

Ví dụ 4. * Cho hai phân số bằng nhau: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Chứng minh rằng: $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ và $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

Giải

Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a.d = b.c \Rightarrow a.d + bd = b.c + db \Rightarrow d(a + b) = b(c + b)$.

Theo định nghĩa của hai phân số bằng nhau, ta được: $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$. (1)

Lại có: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a.d = b.c \Rightarrow a.d - bd = b.c - db \Rightarrow d(a - b) = b(c - b)$.

Theo định nghĩa của hai phân số bằng nhau, ta được: $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$. (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra điều phải chứng minh.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu định nghĩa hai phân số bằng nhau và chỉ ví dụ.

Câu hỏi 2: Từ điều kiện $a.b = c.d$ có thể suy ra được bao nhiêu cặp phân số bằng nhau.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Tìm các số nguyên x biết:

a. $\frac{5}{6} = \frac{x}{18}$. b. $\frac{x}{28} = \frac{1}{4}$. c. $\frac{-2}{17} = \frac{6}{x}$. d. $\frac{4}{15} = \frac{-8}{x}$.

Bài tập 2. Tìm các số nguyên x biết:

a. $\frac{5}{3} = \frac{x}{21}$. b. $\frac{x}{81} = \frac{1}{27}$. c. $\frac{-3}{19} = \frac{9}{x}$. d. $\frac{2}{31} = \frac{-6}{x}$.

Bài tập 3. Hãy viết các phân số sau đây thành một phân số bằng nó và có mẫu dương: $\frac{4}{-5}$; $\frac{-15}{-31}$; $\frac{5}{-8}$; $\frac{-7}{-18}$.

Bài tập 4. Lập các cặp phân số bằng nhau từ biểu thức:

a. $3 . 18 = 6 . 9$.

b. $(-5) . (-21) = 7.15$.

c. $-3.8 = 6.(-4)$.

Bài tập 5. Tìm các giá trị của x, y, z biết:

$$\frac{21}{x} = \frac{y}{16} = \frac{-14}{z} = \frac{7}{4}, \text{ với } x, y, z \in \mathbf{Z}^*.$$

Bài tập 6. Tìm các giá trị của x, y, z biết:

$$\frac{-21}{x} = \frac{y}{-16} = \frac{81}{z} = \frac{-3}{4}, \text{ với } x, y, z \in \mathbf{Z}^*.$$

Bài tập 7. Tìm các giá trị của x, y biết: $\frac{-2}{x} = \frac{y}{3}$, với $x, y \in \mathbf{Z}$.

Bài tập 8. Tìm các giá trị của x, y biết: $\frac{15}{x} = \frac{y}{7}$, với $x, y \in \mathbf{Z}^*$.

Bài tập 9. Lập các cặp phân số bằng nhau từ bốn trong năm số sau:

a. 2, 4, 8, 16, 32.

b. 1, 2, 4, 8, 16.

c. 1, 3, 9, 27, 81.

V. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1:

a. Ta có điều kiện: $x = \frac{18.5}{6} = 15 \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{15}{18}$.

b. Ta có điều kiện: $x = \frac{1.28}{4} = 7 \Rightarrow \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$.

c. Ta có điều kiện: $x = \frac{17.6}{-2} = -51 \Rightarrow \frac{-2}{17} = \frac{6}{-51}$.

d. Ta có điều kiện: $x = \frac{15.(-8)}{4} = -30 \Rightarrow \frac{4}{15} = \frac{-8}{-30}$.

Bài tập 2:

a. Ta có điều kiện: $x = \frac{21.5}{3} = 35 \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{35}{21}$.

b. Ta có điều kiện: $x = \frac{81.1}{27} = 3 \Rightarrow \frac{3}{81} = \frac{1}{27}$.

c. Ta có điều kiện: $x = \frac{19.9}{-3} = -57 \Rightarrow \frac{-3}{19} = \frac{9}{-57}$.

d. Ta có điều kiện: $x = \frac{31.(-6)}{2} = -93 \Rightarrow \frac{2}{31} = \frac{-6}{-93}$.

Bài tập 3: Ta được: $\frac{4}{-5} = \frac{-4}{5}$; $\frac{-15}{-31} = \frac{15}{31}$; $\frac{5}{-8} = \frac{-5}{8}$; $\frac{-7}{-18} = \frac{7}{18}$.

Bài tập 4:

a. Từ đẳng thức 3. 18 = 6 . 9, ta được:

$\frac{3}{6} = \frac{9}{18}$; $\frac{6}{3} = \frac{18}{9}$; $\frac{3}{9} = \frac{6}{18}$; $\frac{9}{3} = \frac{18}{6}$.

b. Từ đẳng thức (−5).(−21) = 7 . 15, ta được:

$\frac{-5}{7} = \frac{15}{-21}$; $\frac{7}{-5} = \frac{-21}{15}$; $\frac{-5}{15} = \frac{7}{-21}$; $\frac{15}{-5} = \frac{-21}{7}$.

c. Từ đẳng thức −3.8 = 6.(−4), ta được:

$\frac{-3}{6} = \frac{-4}{8}$, $\frac{-3}{-4} = \frac{6}{8}$, $\frac{6}{-3} = \frac{8}{-4}$, $\frac{-4}{-3} = \frac{8}{6}$.

Bài tập 5: Sử dụng định nghĩa hai phân số bằng nhau, ta có:

$\frac{21}{x} = \frac{7}{4} \Rightarrow x = \frac{4.21}{7} = 12$;

$\frac{y}{16} = \frac{7}{4} \Rightarrow y = \frac{16.7}{4} = 28$.

$\frac{-14}{z} = \frac{7}{4} \Rightarrow z = \frac{(-14).4}{7} = -8$.

Vậy, với x = 12, y = 28, z = − 8, ta được dãy số: $\frac{21}{12} = \frac{28}{16} = \frac{-14}{-8} = \frac{7}{4}$.

Bài tập 6: Sử dụng định nghĩa hai phân số bằng nhau, ta được:

$\frac{-21}{x} = \frac{-3}{4} \Rightarrow x = 28$; $\frac{y}{-16} = \frac{-3}{4}$

$\Rightarrow y = 12$; $\frac{81}{z} = \frac{-3}{4} \Rightarrow z = -108$.

Vậy, với $x = 28$; $y = 12$; $z = -108$,

ta được dãy số: $\frac{-21}{28} = \frac{12}{-16} = \frac{81}{-108} = \frac{-3}{4}$

Bài tập 7: Theo định nghĩa hai phân số bằng nhau, ta có:

$\frac{-2}{x} = \frac{y}{3} \Rightarrow x.y = (-2).3 = -6$, với $x; y \in \mathbf{Z}^*$.

Do đó: $x, y \in Ư(6) = \{\pm1, \pm2, \pm3, \pm6\}$

Mà $x.y = -6 < 0$ nên x và y khác dấu.

Suy ra, ta được các cặp số sau:

x	±1	±2	±3	±6
y	∓6	∓3	∓2	∓1

Bài tập 8: Theo định nghĩa hai phân số bằng nhau, ta có:

$\frac{15}{x} = \frac{y}{7} \Rightarrow x.y = 15.7 = 105$, với $x, y \in \mathbf{Z}^*$.

Do đó: $x, y \in Ư(105) = \{\pm1, \pm3, \pm5, \pm7, \pm15, \pm21, \pm35, \pm105\}$.

Mà $x.y = 105 > 0$ nên x và y cùng dấu.

Suy ra, ta được các cặp số sau:

x	±1	±3	±5	±7	±15	±21	±35	±105
y	±105	±35	±21	±15	±7	±5	±3	±1

Bài tập 9:

a. Từ các số 2, 4, 8, 16, 32 ta có được các đẳng thức:

$2.16 = 4.8,\ 2.32 = 4.16,\ 4.32 = 8.16.$

Từ đó:

- Với đẳng thức $2.16 = 4.8$, ta nhận được các phân số bằng nhau là:

$\frac{2}{4} = \frac{8}{16}, \frac{2}{8} = \frac{4}{16}, \frac{4}{2} = \frac{16}{8}, \frac{8}{2} = \frac{16}{4}.$

- Với đẳng thức 2.32 = 4.16, ta nhận được các phân số bằng nhau là:

$$\frac{2}{4}=\frac{16}{32},\ \frac{2}{16}=\frac{4}{32},\ \frac{4}{2}=\frac{32}{16},\ \frac{16}{2}=\frac{32}{4}.$$

- Với đẳng thức 4.32 = 8.16, ta nhận được các phân số bằng nhau là:

$$\frac{4}{8}=\frac{16}{32},\ \frac{4}{16}=\frac{8}{32},\ \frac{8}{4}=\frac{32}{16},\ \frac{16}{4}=\frac{32}{8}.$$

b. Từ các số 1, 2, 4, 8, 16 ta có được các đẳng thức:

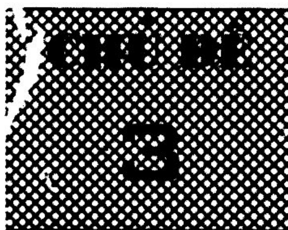
1:8 = 2.4, 1.16 = 2.6, 2.16 = 4.8.

Từ đó, tượng tự như câu a) chúng ta nhận được 12 cặp phân số bằng nhau.

c. Từ các số 1, 3, 9, 27, 81 ta có được các đẳng thức:

1.27 = 3.9, 1.81 = 3.27, 3.81 = 9.27.

Từ đó, tương tự như câu a) chúng ta nhận được 12 cặp phân số bằng nhau.



TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. NHẬN XÉT MỞ ĐẦU

Dựa vào định nghĩa phân số bằng nhau, ta xét các trường hợp:

Trường hợp 1: Ta luôn có:

$\frac{3}{2}=\frac{9}{6}$, trong trường hợp này ta thấy $\frac{3}{2}=\frac{3.3}{2.3}=\frac{9}{6}$.

Nhân tử số với 3

Nhân mẫu số với 3

Từ đó, ta có thể dự báo được tính chất:

" *Nếu ta nhân cả tử và mẫu của một phân số với cùng một số nguyên khác 0 thì ta được một phân số mới bằng phân số đã cho* ".

Trường hợp 2: Ta luôn có:

$\frac{-18}{27}=\frac{2}{-3}$, trong trường hợp này ta thấy $\frac{-18}{27}=\frac{2.(-9)}{-3.(-9)}=\frac{2}{-3}$.

Chia tử số cho −9

Chia mẫu số cho −9

Từ đó, ta có thể dự báo được tính chất:

"Nếu ta chia cả tử và mẫu của một phân số với cùng một ước chung của chúng thì ta được một phân số mới bằng phân số đã cho".

2. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN SỐ

1. Nếu ta nhân cả tử và mẫu của một phân số với cùng một số nguyên khác 0 thì ta được một phân số mới bằng phân số đã cho.

$$\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}, \text{ với } m \in \mathbf{Z}^{*}.$$

2. Nếu ta chia cả tử và mẫu của một phân số cho cùng một ước chung của chúng thì ta được một phân số mới bằng phân số đã cho.

$$\frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n}, \text{ với } n \in ƯC(a, b).$$

Nhận xét: Từ tính chất cơ bản của phân số, ta có thể viết một phân số bất kì có mẫu âm thành một phân số có mẫu dương bằng chính nó bằng cách nhân cả tử và mẫu của phân số với -1.

Thí dụ 1: Sử dụng tính chất cơ bản của phân số, ta có:

$$\frac{5}{-8} = \frac{5.(-1)}{-8.(-1)} = \frac{-5}{8}.$$

$$\frac{-2}{-3} = \frac{-2.(-1)}{-3.(-1)} = \frac{2}{3}.$$

Nhận xét: Việc làm trên có thể được phát biểu dưới dạng "*Khi đổi dấu cả tử và mẫu của một phân số ta nhận được một phân số bằng phân số đã cho*".

Thí dụ 2: Sử dụng tính chất cơ bản của phân số, ta có:

$$\frac{2}{5} = \frac{2.3}{5.3} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{-2}{-5} ....$$

$$\frac{9}{6} = \frac{9:3}{6:3} = \frac{3}{2} = ...$$

Nhận xét: Như vậy, từ tính chất cơ bản của phân số, ta nhận thấy:

"*Một phân số có vô số phân số bằng nó*".

Các phân số bằng nhau xác định cùng một số hữu tỉ và một trong số đó là một đại diện của số hữu tỉ. Tập hợp các số hữu tỉ được kí hiệu là **Q**.

Thí dụ 3: Sử dụng tính chất cơ bản của phân số, ta có:

$$6 = \frac{6}{1} = \frac{12}{2} = \frac{24}{4} = \frac{-18}{-3} = \dots$$

Nhận xét: Như vậy, một phân số được viết dưới dạng một số nguyên khi tử là bội của mẫu số; tức là:

$$\frac{a}{b} = \frac{k.b}{b} = k, \text{ với } b, k \in \mathbf{Z} \text{ và } b \neq 0.$$

Thí dụ 4: Sử dụng tính chất cơ bản của phân số, ta có:

$$\frac{3}{4} = \frac{3.7}{4.7} = \frac{21}{28} \text{ và } \frac{3}{4} = \frac{3.13}{4.13} = \frac{39}{52} \Rightarrow \frac{21}{28} = \frac{39}{52}.$$

Nhận xét: Thí dụ trên, chỉ ra cho chúng ta thêm một cách để chứng minh hai phân số bằng nhau (dựa vào tính chất bắc cầu). Cụ thể " *Để chứng minh* $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ", ta thực hiện biến đổi:

$$\frac{a}{b} = M \text{ và } \frac{c}{d} = M \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Điền số thích hợp vào ô vuông:

a. $\frac{\square}{-3} = \frac{2}{6}$.

b. $\frac{\square}{\square} = \frac{-6}{11}$.

c. $1 = \frac{\square}{8} = \frac{\square}{-33} = \frac{13}{\square} = \frac{-7}{\square}$.

Giải

a. Ta có ngay: $\frac{-1}{-3} = \frac{2}{6}$.

b. Ta có thể lựa chọn: $\frac{-6}{11} = \frac{6}{-11} = \frac{-12}{22} = \frac{-18}{33} = \dots$

c. Ta có ngay: $1 = \frac{8}{8} = \frac{-33}{-33} = \frac{13}{13} = \frac{-7}{-7}$.

Ví dụ 2. Điền số thích hợp vào ô vuông:

a. $\frac{-6}{9} = \frac{\square}{\square}$ (tử : 3, mẫu : 3)

b. $\frac{2}{3} = \frac{\square}{\square}$ (tử : 2, mẫu : 2)

c. $\frac{6}{11} = \frac{\square}{33}$ (tử $\square$, mẫu $\square$)

Giải

Ta có ngay:

a. $\frac{-6}{9} = \frac{-2}{3}$ (chia cả tử và mẫu cho 3: $:3$)

b. $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ ($:2$)

c. $\frac{6}{11} = \frac{18}{33}$ ($\cdot 3$)

Ví dụ 3. Giải thích tại sao các phân số sau đây bằng nhau:

a. $\frac{14}{21} = \frac{10}{15}$.   b. $\frac{1717}{2323} = \frac{171717}{232323}$.

Giải

a. Nhận xét rằng: $\frac{14}{21} \overset{:7}{=} \frac{2}{3}$ và $\frac{10}{15} \overset{:5}{=} \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{14}{21} = \frac{10}{15}$.

b. Nhận xét rằng: $\frac{1717}{2323} \overset{:101}{=} \frac{17}{23}$ và $\frac{171717}{232323} \overset{:10101}{=} \frac{17}{23} \Rightarrow \frac{1717}{2323} = \frac{171717}{232323}$.

Ví dụ 4. Cho biểu thức $A = \frac{5}{n-3}$, với n là số nguyên.

a. Tìm điều kiện của n để A là phân số.

b. Tìm n để A là số nguyên.

Giải

a. Để A là phân số điều kiện là: $n - 3 \neq 0 \Leftrightarrow n \neq 3$.

Vậy, với $n \neq 3$ thì A là một phân số.

b. Để A là số nguyên điều kiện là

$5 \vdots (n-3) \Leftrightarrow n - 3 \in Ư(5) = \{\pm 1, \pm 5\}$.

Ta được bảng giá trị:

n – 3	–1	1	–5	5
n	2	4	–2	8

Ví dụ 5. Một vòi nước chảy 4 giờ thì đầy bể. Hỏi khi chảy trong 3 giờ, 31 phút, 66 phút, 1 giờ 11 phút thì lượng nước đã chảy chiếm bao nhiêu phần bể ?

Giải

Ta lần lượt có:

- Với 3 giờ chảy ta được $\frac{3}{4}$ bể.
- Với 31 phút chảy ta được $\frac{31}{4.60} = \frac{31}{240}$ bể.
- Với 66 phút chảy ta được $\frac{66}{4.60} = \frac{11}{40}$ bể.
- Với 1 giờ 11 phút chảy ta được $\frac{60+11}{4.60} = \frac{71}{240}$ bể.

Ví dụ 6. Tìm phân số $\frac{a}{b}$ biết: $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.n}$, với m, n $\in \mathbf{Z}$ n $\neq$ 0, m $\neq$ n.

Giải

Khi a = 0, ta sẽ luôn có: $\frac{0}{b} = \frac{0.m}{b.n}$, với m, n $\in \mathbf{Z}$ n $\neq$ 0, m $\neq$ n.

Vậy, phân số cần tìm là $\frac{0}{b}$.

Ví dụ 7. Cho phân số $\frac{10}{-16}$. Tìm tất cả các phân số $\frac{a}{b}$ bằng phân số đã cho mà tử số thỏa mãn $-15 \leq a \leq 20$.

Giải

Ta có: ƯC(−10, 16) = 2

Áp dụng tính chất cơ bản của phân số, ta chia cả tử và mẫu của phân số cho 2, ta được: $\frac{10}{-16} = \frac{10:2}{(-16):2} = \frac{5}{-8}$.

Suy ra, ta có dạng tổng quát của phân số đã cho có dạng:

$$\frac{5}{-8} = \frac{5k}{-8k}, \text{ với } k \in \mathbf{Z}^*.$$

Với điều kiện tử số thỏa mãn $-15 \leq a \leq 20$, ta được:

$$-15 \leq 5k \leq 20 \Rightarrow -3 \leq k \leq 4 \Rightarrow k = -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4.$$

Vậy, ứng với mỗi giá trị của k ta được các phân số sau:

$$\frac{15}{-24} = \frac{10}{-16} = \frac{5}{-8} = \frac{20}{-32}.$$

Chú ý: Từ tính chất : $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$, với $m \in \mathbf{Z}^*$

trong trường hợp a và b là hai số nguyên tố cùng nhau, người ta gọi $\frac{a.m}{b.m}$ là dạng tổng quát của phân số.

Ví dụ 8. Hãy viết các phân số sau đây dưới dạng tổng quát.

a. $\frac{8}{16}$.

b. $\frac{-8}{32}$.

Giải

a. Ta biến đổi: $\frac{8}{16} = \frac{8:8}{16:8} = \frac{k}{2k}$ với $k \in \mathbf{Z}^*$.

b. Ta biến đổi: $\frac{-8}{32} = \frac{-8:8}{32:4} = \frac{-k}{4k}$ với $k \in \mathbf{Z}^*$.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu tính chất cơ bản của phân số và cho ví dụ minh họa.

Câu hỏi 2: Bằng cách gì để có thể viết một phân số bất kì có mẫu âm thành một phân số có mẫu dương bằng chính nó ?

Câu hỏi 3: Bằng cách gì để có thể viết một phân số bất kì có tử âm thành một phân số có tử dương bằng chính nó ?

Câu hỏi 4: Một phân số có bao nhiêu phân số bằng nó ?

Câu hỏi 5: Khi nào một phân số có thể viết dưới dạng một số nguyên ? Cho ví dụ minh họa.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Điền số thích hợp vào ô vuông:

a. $\frac{\square}{-5} = \frac{2}{10}$.

b. $\frac{\square}{\square} = \frac{3}{11}$.

b. $1 = \frac{\square}{-6} = \frac{\square}{39} = \frac{11}{\square} = \frac{-9}{\square}$.

Bài tập 2. Điền số thích hợp vào ô vuông:

a. $\frac{-126}{12} = \frac{\square}{\square}$ (tử :3, mẫu :3)

b. $\frac{11}{39} = \frac{\square}{\square}$ (tử .2, mẫu .2)

c. $\frac{8}{13} = \frac{\square}{52}$ (tử $\square$, mẫu $\square$)

Bài tập 3. Giải thích tại sao các phân số sau đây bằng nhau:

a. $\frac{28}{63} = \frac{44}{99}$. b. $\frac{1919}{1111} = \frac{191919}{111111}$.

Bài tập 4. Cho biểu thức $A = \frac{3}{n-2}$, với n là số nguyên.

a. Tìm điều kiện của n để A là phân số.

b. Tìm n để A là số nguyên.

Bài tập 5. Với giá trị nào của n thì: $a = \frac{2n+1}{2n-1}$

a. a là một số nguyên dương.

b. a là một số nguyên âm.

c. a là một số chẵn.

Bài tập 6. Các số phút sau đây chiếm bao nhiêu phần của một giờ:

a. 15 phút. b. 45 phút. c. 20 phút.

Bài tập 7. Một vòi nước chảy 3 giờ thì đầy bể. Hỏi khi chảy trong 2 giờ, 39 phút, 1 giờ 30 phút thì lượng nước đã chảy chiếm bao nhiêu phần bể ?

Bài tập 8. Cho phân số $\frac{-6}{10}$. Tìm tất cả các phân số $\frac{a}{b}$ bằng phân số đã cho mà tử số thỏa mãn $-9 \le a \le 18$.

Bài tập 9. Hãy viết các phân số sau đây dưới dạng tổng quát.

a. $\frac{6}{-9}$. b. $\frac{-21}{-6}$.

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

a. Ta có ngay: $\frac{-1}{-5} = \frac{2}{10}$.

b. Ta có thể lựa chọn: $\frac{3}{11} = \frac{-3}{-11} = \frac{6}{22} = \frac{9}{33} = \ldots$

c. Ta có ngay: $1 = \frac{-6}{-6} = \frac{39}{39} = \frac{11}{11} = \frac{-9}{-9}$.

Bài tập 2. Ta có ngay:

a. $\frac{-126}{12} = \frac{-42}{4}$ (tử và mẫu cùng :3) b. $\frac{11}{39} = \frac{22}{78}$ (tử và mẫu cùng .2) c. $\frac{8}{13} = \frac{32}{52}$ (tử và mẫu cùng .4)

Bài tập 3.

a. Nhận xét rằng: $\frac{28}{63} \overset{:7}{=} \frac{4}{9}$ và $\frac{44}{99} \overset{:11}{=} \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{28}{63} = \frac{44}{99}$.

b. Nhận xét rằng: $\frac{1919}{1111} \overset{:101}{=} \frac{19}{11}$ và $\frac{191919}{111111} \overset{:10101}{=} \frac{19}{11} \Rightarrow \frac{1919}{1111} = \frac{191919}{111111}$.

Bài tập 4.

a. Để A là phân số điều kiện là: $n - 2 \neq 0 \Leftrightarrow n \neq 2$.

Vậy, với $n \neq 2$ thì A là một phân số.

b. Để A là số nguyên điều kiện là: $3 \vdots (n - 2) \Leftrightarrow n - 2 \in Ư(3) = \{\pm 1, \pm 3\}$.

Ta được bảng giá trị:

n – 2	–1	1	–3	3
n	1	3	–1	5

Bài tập 5. Ta có: $a = \frac{2n+1}{2n-1} = \frac{2n-1+2}{2n-1} = 1 + \frac{2}{2n-1}$

Để a là một số nguyên thì: $2n - 1 \in Ư(2) = \{\pm 1, \pm 2\}$

Ta có bảng giá trị sau:

2n–1	–1	–2	1	2
n	0	$\frac{-1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$
2n+1	1	0	3	4
a	–1	0	3	2

a. Với n = 1 và $n = \frac{3}{2}$ thì a là một số nguyên dương.

b. Với n = 0 thì a là một số nguyên âm.

c. Với $n = \frac{3}{2}$ thì a là một số chẵn.

Bài tập 6.

a. Ta có 15 phút bằng $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ giờ.

b. Ta có 45 phút bằng $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$ giờ.

c. Ta có 20 phút bằng $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ giờ.

Bài tập 7. Ta lần lượt có:

- Với 2 giờ chảy ta được $\frac{2}{3}$ bể.
- Với 39 phút chảy ta được $\frac{39}{3.60} = \frac{13}{60}$ bể.
- Với 1 giờ 30 phút chảy ta được $\frac{60 + 30}{3.60} = \frac{1}{2}$ bể.

Bài tập 8. Ta có: ƯC(−6, 10) = 2.

Áp dụng tính chất cơ bản của phân số, ta chia cả tử và mẫu của phân số cho 2, ta được: $\frac{-6}{10} = \frac{(-6):2}{10:2} = \frac{-3}{5}$.

Suy ra, ta có dạng tổng quát của phân số đã cho có dạng:

$$\frac{-3}{5} = \frac{-3k}{5k}, \text{ với } k \in \mathbf{Z}^*.$$

Với điều kiện tử số thỏa mãn $-15 \le a \le 20$, ta được:

$$-9 \le -3k \le 18 \Rightarrow -6 \le k \le 3 \Rightarrow k = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3.$$

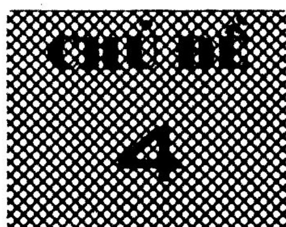
Vậy, ứng với mỗi giá trị của k ta được các phân số sau:

$$\frac{-18}{30} = \frac{-15}{25} = \frac{-12}{20} = \frac{-9}{15} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5}.$$

Bài tập 9.

a. Ta biến đổi: $\frac{6}{-9} = \frac{6:3}{-9:3} = \frac{2k}{-3k}$ với $k \in \mathbf{Z}^*$.

b. Ta biến đổi: $\frac{-21}{-6} = \frac{(-21):(-3)}{(-6):(-3)} = \frac{7k}{2k}$ với $k \in \mathbf{Z}^*$.



RÚT GỌN PHÂN SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. RÚT GỌN PHÂN SỐ

Dựa trên tính chất $\frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n}$, với n ∈ ƯC(a, b), ta thực hiện với phân số $\frac{12}{18}$ như sau:

- Nhận thấy: ƯC(12, 18) = 2 do đó: $\frac{12}{18} = \frac{12:2}{18:2} = \frac{6}{9}$.
- Lại có: $\frac{6}{9} = \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}$.

  Vậy, ta được: $\frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Việc thực hiện chia liên tiếp như vậy, ta được một phân số đơn giản hơn mà không làm thay đổi giá trị của phân số. Phân số đó được gọi là *phân số rút gọn* và công việc này được gọi là *rút gọn phân số*.

Như vậy, ta có quy tắc sau:

> *Muốn rút gọn một phân số, ta chia cả tử và mẫu của phân số đó cho một ước chung (khác 1 và –1) của chúng.*

Thí dụ 1: Rút gọn các phân số sau:

a. $\frac{22}{55}$.

b. $\frac{-63}{81}$.

Giải

a. Ta biến đổi: $\frac{22}{55} = \frac{2.11}{5.11} = \frac{2}{5}$.

b. Ta biến đổi: $\frac{-63}{81} = \frac{-7.9}{9.9} = \frac{-7}{9}$.

Chú ý: Trong các thí dụ tiếp theo chúng ta bỏ qua bước trung gian.

2. PHÂN SỐ TỐI GIẢN

Xét các phân số: $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{4}{-7}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{-2}{11}$.

Ta thấy, các phân số này không rút gọn được nữa vì tử và mẫu của phân số này là hai số nguyên tố cùng nhau. Các phân số này được gọi là các *phân số tối giản*.

Vậy, ta có định nghĩa sau:

Phân số tối giản là phân số mà tử và mẫu chỉ có ước chung là 1 và –1.

Thí dụ 2: Rút gọn các phân số sau thành phân số tối giản:

a. $\frac{36}{48}$. b. $\frac{-56}{104}$.

Giải

a. Ta biến đổi: $\frac{36}{48} \overset{:2}{=} \frac{18}{24} \overset{:2}{=} \frac{9}{12} \overset{:3}{=} \frac{3}{4}$. b. Ta biến đổi: $\frac{-56}{104} \overset{:ƯCLN(56,104)=8}{=} \frac{-7}{13}$.

Qua thí dụ trên, ta nhận được quy tắc sau:

Quy tắc: ***Để tìm phân số tối giản***, ta thực hiện theo các bước:

Bước 1: Tìm ước chung lớn nhất của tử và mẫu.

Bước 2: Chia cả tử và mẫu cho ước chung lớn nhất đó.

Thí dụ tiếp theo sẽ minh hoạ việc sử dụng quy tắc này.

Thí dụ 3: Tìm phân số tối giản:

a. $\frac{6}{27}$. b. $\frac{36}{72}$.

Giải

a. Ta có ƯCLN(6, 27) = 3, do đó: $\frac{6}{27} = \frac{6:3}{27:3} = \frac{2}{9}$.

b. Ta có ƯCLN(36,72) = 36, do đó: $\frac{36}{72} = \frac{36:36}{72:36} = \frac{1}{2}$.

Nhận xét: Như vậy:

1. Trong tập hợp số nguyên, ta có:

ƯCLN(–36,72) = 36.

ƯCNN(–36,72) = –36.

Như vậy, để tìm phân số tối giản của phân số $\frac{-36}{72}$ ta có thể làm như sau: $\frac{-36}{72} = \frac{(-36):36}{72:36} = \frac{-1}{2}$.

hoặc $\frac{-36}{72} = \frac{(-36):(-36)}{72:(-36)} = \frac{1}{-2}$.

Tóm lại, ta có $\frac{-36}{72} = -\frac{1}{2}$.

2. Để rút gọn phân số $\frac{-a}{b}$, ta có thể rút gọn phân số $\frac{a}{b}$ rồi đặt dấu " – " ở tử của phân số nhận được.
3. Khi rút gọn một phân số, ta thường rút gọn đến phân số tối giản.

Thí dụ 4: Chứng tỏ rằng $\frac{12n+1}{30n+2}$ là phân số tối giản (với $n \in \mathbb{N}$).

Giải

Ta đi chứng minh phân số $\frac{12n+1}{30n+2}$ có tử và mẫu là hai số nguyên tố cùng nhau.

Thật vậy: Gọi d là ước chung của 12n + 1 và 30n + 2, suy ra:

$(12n + 1) \vdots d \Rightarrow 5(12n + 1) \vdots d$

$(30n + 2) \vdots d \Rightarrow 2(30n + 2) \vdots d$

từ đó, suy ra: $5(12n + 1) - 2(30n + 2) \vdots d \Leftrightarrow 1 \vdots d \Leftrightarrow d = \pm 1$

$\Leftrightarrow$ 12n + 1 và 30n + 2 là hai số nguyên tố cùng nhau.

Vậy, $\frac{12n+1}{30n+2}$ là phân số tối giản (với $n \in \mathbb{N}$).

Nhận xét: Ta có các nhận xét sau:

1. Phân số $\frac{a}{b}$ là tối giản nếu $|a|$ và $|b|$ là hai số nguyên tố cùng nhau.
2. Bài toán chứng minh một phân số tối giản được đưa về bài toán chứng minh hai số nguyên tố cùng nhau.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Tìm phân số tối giản của các phân số sau:

a. $\frac{27}{81}$. b. $\frac{-256}{1920}$. c. $\frac{6170}{49995}$.

Giải

a. Ta có ƯCLN(27, 81) = 27, do đó: $\frac{27}{81} = \frac{27:27}{81:27} = \frac{1}{3}$.

b. Ta có ƯCLN(256, 1920) = 128, do đó: $-\frac{256}{1920} = -\frac{256:128}{1920:128} = -\frac{2}{15}$.

c. Ta có ƯCLN(6170, 49995) = 5, do đó: $\frac{6170}{49995} = \frac{6170:5}{49995:5} = \frac{1234}{9999}$.

Ví dụ 2. Cho biểu thức: $A = \frac{2a^2 + 2an - bn - ab}{5bn + a^2 + 5ab + an}$

a. Tính giá trị của biểu thức với a = 25 và b = –2.

b. Đưa kết quả vừa tìm được về dạng phân số tối giản.

Giải

Áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân và phép cộng, ta có:

$$A = \frac{2a(a+n) - b(n+a)}{5b(n+a) + a(b+n)} = \frac{(a+n)(2a-b)}{(n+a)(5b+a)}.$$

Sau đó áp dụng tính chất cơ bản của phân số, ta được: $A = \frac{2a-b}{5b+a}$.

a. Với a = 25 và b = –2, ta có: $A = \frac{2a-b}{5b+a} = \frac{2.25-(-2)}{5(-2)+25} = \frac{52}{15}$.

b. Ta thấy ngay phân số đã ở dạng tối giản.



Trước khi thực hiện tính toán thì ta nên cố gắng rút gọn phân số ban đầu về dạng tối giản. Như vậy thì việc tính toán sẽ dễ dàng hơn.

Ví dụ 3. Tìm số tự nhiên a, b, c, d nhỏ nhất sao cho:

$$\frac{a}{b} = \frac{15}{21}; \frac{b}{c} = \frac{9}{12}; \frac{c}{d} = \frac{9}{11}$$

Giải

Rút gọn các phân số thành phân số tối giản rồi viết dưới dạng tổng quát, ta có:

$$\frac{a}{b} = \frac{15:3}{21:3} = \frac{5}{7} = \frac{5k}{7k}, k \in N;$$

$$\frac{b}{c} = \frac{9:3}{12:3} = \frac{3}{4} = \frac{3m}{4m}, m \in N;$$

$$\frac{c}{d} = \frac{9}{11} = \frac{9n}{11n}, n \in N.$$

Suy ra, ta được: a = 5k, b = 7k, b = 3m, c = 4m, c = 9n, d = 11n.

$\Rightarrow$ 3m = 7k ; 4m = 9n $\Rightarrow$ 3m ⋮ 7 ; 4m ⋮ 9.

Theo tính chất chia hết, ta có:(3, 7) = 1 $\Rightarrow$ m ⋮ 7, (4, 9) = 1 $\Rightarrow$ m ⋮ 9.

Lại có, (7, 9) = 1 nên m ⋮ 63.

Để các số tự nhiên a, b, c, d nhỏ nhất, ta chọn m = 63.

Với m = 63, suy ra: k = 27 và n = 28.

Vậy, ta được: a = 135 ; b = 189 ; c = 252 ; d = 108.

Ví dụ 4. Chứng minh rằng phân số $\frac{n}{n+1}$ là phân số tối giản với mọi $n \in N$.

Giải

Gọi d là ước chung của n và n + 1.

Ta có: $n \vdots d$ và $(n + 1) \vdots d$ từ đó, suy ra: $(n + 1) - n \vdots d \Leftrightarrow 1 \vdots d \Leftrightarrow d = \pm 1$.

Vậy, n và n + 1 là hai số nguyên tố cùng nhau do đó phân số $\frac{n}{n+1}$ là phân số tối giản với mọi $n \in N$.

Ví dụ 5. Tìm số tự nhiên n để phân số $A = \frac{n}{2n+3}$ là phân số tối giản.

Giải

Trước tiên ta tìm ƯCLN(n, 2n + 3) theo thuật toán Ơclit.

Ta thực hiện phép tính: $2n + 3 : n = 2 + \frac{3}{n}$.

Để A là phân số tối giản thì ƯCLN(n, 2n + 3) = 1, suy ra $3 \not\vdots n$.

Vậy, với mọi $n \neq 3k$ $(k \in N)$ ta có A là phân số tối giản.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Thế nào là rút gọn phân số ?

Câu hỏi 2: Phát biểu định nghĩa phân số tối giản và cho ví dụ một phân số tối giản.

Câu hỏi 3: Nêu quy tắc tìm phân số tối giản.

Câu hỏi 4: Nhận định " *Phân số $\frac{a}{b}$ là tối giản nếu $|a|$ và $|b|$ là hai số nguyên tố cùng nhau* " đúng hay sai ? Vì sao ?

Câu hỏi 5: Để chứng minh phân số $\frac{a}{b}$ là tối giản ta phải làm gì ?

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Tìm phân số tối giản của các phân số sau:

a. $\frac{333}{555}$. b. $\frac{-72}{81}$. c. $\frac{30}{-150}$. d. $\frac{181818}{818181}$.

Bài tập 2. Chứng minh rằng các phân số sau đây có giá trị là một số tự nhiên:

a. $A = \dfrac{10^{2002} + 8}{9}$. b. $B = \dfrac{10^{25} + 2}{3}$.

c. $C = \dfrac{10^{1234} + 5}{5}$. d. $D = \dfrac{15^{1002} + 1}{2}$.

Bài tập 3. Cho biểu thức: $A = \dfrac{2ab^2 - 2an - 5a^2n + 5a^2b^2}{5an + a^2b^2 - 5ab^2 - a^2n}$.

a. Tính giá trị của biểu thức với a = 15 và b = −8.

b. Đưa kết quả vừa tìm được về dạng phân số tối giản.

Bài tập 4. Chứng minh rằng phân số sau là phân số tối giản với mọi số tự nhiên n:

a. $\dfrac{n+1}{2n+3}$. b. $\dfrac{3n+2}{5n+3}$.

Bài tập 5. Tìm số tự nhiên n để phân số: $A = \dfrac{6n+1}{3n+2}$.

a. Có giá trị là số tự nhiên. b. Là phân số tối giản.

c. Là phân số có thể rút gọn được.

Bài tập 6. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất để các phân số sau là phân số tối giản:

$$\frac{5}{n+4}; \frac{6}{n+5}; \frac{7}{n+6}; \ldots; \frac{81}{n+80}.$$

Bài tập 7. Một ngày bạn Hùng dành ra 3 tiếng để làm bài tập về nhà, 8 tiếng để ngủ. Hỏi:

a. Thời gian bạn Hùng làm bài tập về nhà chiếm mấy phần của ngày ?

b. Thời gian bạn Hùng ngủ chiếm mấy phần của ngày ?

c. Thời gian bạn Hùng thức chiếm mấy phần của ngày ?

Bài tập 8. Một bể nước có dung tích $8000m^3$. Người ta bơm $3600m^3$ nước vào bể. Hỏi lượng nước cần phải bơm tiếp cho đầy bể chiếm mấy phần của bể ?

Bài tập 9. Cộng cả tử và mẫu của phân số $\dfrac{23}{40}$ với cùng một số tự nhiên n rồi giản ước, ta được $\dfrac{3}{4}$. Tìm số n.

V. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1:

a. Ta được: $\dfrac{333}{555} = \dfrac{333:111}{555:111} = \dfrac{3}{5}$.

b. Ta được: $\frac{-72}{81} = -\frac{72:9}{81:9} = -\frac{8}{9}$.

c. Ta được: $\frac{30}{-150} = -\frac{30:30}{150:30} = -\frac{1}{5}$.

d. Ta được: $\frac{181818}{818181} = \frac{181818:10101}{818181:10101} = \frac{18}{81} = \frac{2}{9}$.

Bài tập 2:

a. Phân số : $A = \frac{10^{2002}+8}{9}$ có tổng các chữ số ở tử chia hết cho 9 và A > 0.

Do đó, ta thấy $A \vdots 9$. Vậy, A có giá trị là một số tự nhiên.

b. Phân số : $B = \frac{10^{25}+2}{3}$ có tổng các chữ số ở tử chia hết cho 3 và B > 0.

Do đó, $B \vdots 3$. Vậy, B có giá trị là một số tự nhiên.

c. Phân số : $C = \frac{10^{1234}+5}{5}$ có chữ số tận cùng ở tử là 5 và C > 0. Do đó, ta được $C \vdots 5$. Vậy, C có giá trị là một số tự nhiên.

d. Phân số : $D = \frac{15^{1002}+1}{2}$ có chữ số tận cùng ở tử là 6 và D > 0. Do đó, $D \vdots 2$.

Vậy, D có giá trị là một số tự nhiên.

Bài tập 3:

Ta có: $A = \frac{2ab^2 - 2an - 5a^2n + 5a^2b^2}{5an + a^2b^2 - 5ab^2 - a^2n} = \frac{2a(b^2-n) + 5a^2(b^2-n)}{-5a(b^2-n) + a^2(b^2-n)}$

$= \frac{(b^2-n)(2a+5a^2)}{(b^2-n)(a^2-5a)} = \frac{2a+5a^2}{a^2-5a} = \frac{a(2+5a)}{a(a-5)} = \frac{2+5a}{a-5}$.

a. Với a = 15, ta được: $A = \frac{2+5a}{a-5} = \frac{2+5.15}{15-5} = \frac{77}{10}$.

b. Do (77, 10) = 1, nên $A = \frac{77}{10}$ là phân số tối giản.

Bài tập 4:

a. Gọi d là ước chung của n + 1 và 2n + 3.

Do đó, ta có: $n + 1 \vdots d \Rightarrow n + 1 = k.d \Rightarrow n = k.d - 1$, với $k \in \mathbb{N}$.

$\Rightarrow 2n + 3 = 2(k.d-1) + 3 \Rightarrow 2n + 3 = 2kd + 1$.

$2n + 3 \not\vdots\ d \Rightarrow d = 1$.

Suy ra, n + 1 và 2n + 3 là hai số nguyên tố cùng nhau.

Vậy, phân số $\frac{n+1}{2n+3}$ là phân số tối giản với mọi $n \in \mathbb{N}$.

b. Gọi d là ước chung của 3n + 2 và 5n + 3.

Do đó, ta có: 3n + 2 ⋮ d ⇒ 3n + 2 = k.d ⇒ $n = \frac{kd - 2}{3}$, với k ∈ N.

$\Rightarrow 5n + 3 = 5.\frac{kd - 2}{3} + 3.$

5n + 3 ⋮̸ d ⇒ d = 1.

Suy ra, 3n + 2 và 5n + 3 là hai số nguyên tố cùng nhau.

Vậy, phân số $\frac{3n+2}{5n+3}$ là phân số tối giản với mọi n ∈ N.

Bài tập 5:

a. Ta có: $A = \frac{6n+1}{3n+2} = \frac{6n+4-3}{3n+2} = 2 - \frac{3}{3n+2}$

Để A có giá trị là số tự nhiên thì 3n + 2 phải là ước của 3.

Ta có bảng giá trị sau:

3n + 2	−1	−3	1	3
n	−1	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
6n + 1	−5	(loại)	(loại)	(loại)
A	5			

Vậy, với n = −1 thì A = 5.

b. Ta có: $(6n + 1) : (3n + 2) = 2 - \frac{3}{3n+2}$.

Để A là phân số tối giản thì 3 ⋮̸ 3n + 1.

Suy ra: 3n + 2 ≠ Ư(3) ⇒ 3n + 2 ≠ ± 1, 3n + 2 ≠ ± 3, với n ∈ N ⇒ n ≠ −1

Vậy, với n ≠ −1 thì A là phân số tối giản.

c. Từ câu b) ta có thể kết luận: với n = −1 thì A là phân số có thể rút gọn được.

Bài tập 6: Ta có thể viết lại các phân số sau dưới dạng:

$\frac{5}{n+4} = \frac{5}{5+(n-1)}$;

$\frac{6}{n+5} = \frac{6}{6+(n-1)}$;

$\frac{7}{n+6} = \frac{7}{7+(n-1)}$;

...

$$\frac{81}{n+80} = \frac{81}{81+(n-1)}.$$

Tổng quát, các phân số đã cho có dạng $\frac{a}{a+(n-1)}$.

Để các phân số đã cho là phân số tối giản thì $(a, n-1) = 1$, với $a = \overline{5,81}$.

Do đó, $n-1$ phải là số nguyên tố nhỏ nhất mà lớn hơn 81, đó là số 83.

Vậy, ta được $n = 84$.

Bài tập 7:

a. Thời gian bạn Hùng làm bài tập về nhà chiếm: $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ (ngày).

b. Thời gian bạn Hùng ngủ chiếm: $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ (ngày).

c. Thời gian bạn Hùng thức chiếm: $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ (ngày).

Bài tập 8: Một bể nước có dung tích $8000m^3$. Người ta bơm $3600m^3$ nước vào bể.

Do đó, lượng nước đã bơm vào bể chiếm: $\frac{3600}{8000} = \frac{9}{20}$ (bể).

Vậy, lượng nước cần phải bơm tiếp cho đầy bể bằng: $8000-3600 = 4400$ (m^3)

suy ra, lượng nước đó chiếm: $\frac{4400}{8000} = \frac{11}{20}$ (bể).

Bài tập 9: $n = 28$.



QUY ĐỒNG MẪU NHIỀU PHÂN SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. QUY ĐỒNG MẪU HAI PHÂN SỐ

Xét hai phân số: $\frac{4}{5}$; $\frac{7}{8}$

Theo tính chất cơ bản của phân số, ta có: $\frac{4}{5} = \frac{4.8}{5.8} = \frac{32}{40}$; $\frac{7}{8} = \frac{7.5}{8.5} = \frac{35}{40}$.

Như vậy, ta đã biến đổi các phân số đã cho thành các phân số tương ứng bằng chúng mà có chung một mẫu bằng 40. Khi đó 40 được gọi là mẫu số chung của hai phân số đó. Cách làm như trên được gọi là ***quy đồng mẫu hai phân số***.

Thí dụ 1: Quy đồng mẫu hai phân số: $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{4}$.

Giải

Ta biến đổi: $\frac{1}{3} = \frac{1.4}{3.4} = \frac{4}{12}$ và $\frac{3}{4} = \frac{3.3}{4.3} = \frac{9}{12}$.

Nhận xét: Như vậy, để quy đồng mẫu số chung hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ ta thực hiện theo các bước:

Bước 1: Tìm một BC của hai mẫu của hai phân số (ta quy ước tìm BCNN của hai mẫu), giả sử là B.

Bước 2: Khi đó:

- Vì B = p.b nên biến đổi $\frac{a}{b} = \frac{a.p}{b.p} = \frac{a.p}{B}$.
- Vì B = q.c nên biến đổi $\frac{c}{d} = \frac{c.q}{d.q} = \frac{c.q}{B}$.

2. QUY ĐỒNG MẪU NHIỀU PHÂN SỐ

Việc quy đồng mẫu hai phân số được mở rộng cho việc quy đồng mẫu nhiều phân số, cụ thể để quy mẫu các phân số: $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{4}{5}$

ta lần lượt thực hiện:

- Tìm BCNN của các số 2, 3, 5, ta được BCNN(2, 3, 5) = 30.
- Tìm các phân số lần lượt bằng $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{4}{5}$ nhưng có cùng mẫu là 30, ta được:

$$\frac{1}{2} \overset{30:2=15}{=} \frac{1.15}{2.15} = \frac{15}{30},\ \frac{5}{3} \overset{30:3=10}{=} \frac{5.10}{3.10} = \frac{50}{30},\ \frac{4}{5} \overset{30:5=6}{=} \frac{4.6}{5.6} = \frac{24}{30}.$$

Qua thí dụ trên, chúng ta có được quy tắc như sau:

Quy tắc: ***Muốn quy đồng mẫu thức nhiều phân số, ta thực hiện theo các bước:***

Bước 1: *Viết lại các phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu số dương.*

Bước 2: *Tìm một bội chung của các mẫu để làm mẫu chung. Người ta thường chọn BCNN.*

Bước 3: *Tìm thừa số phụ của các mẫu bằng cách chia mẫu chung cho từng mẫu của từng phân số.*

Bước 4: *Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng.*

Thí dụ 2: Quy đồng mẫu các phân số: $\frac{-2}{25}$; $\frac{13}{-7}$; $\frac{6}{24}$.

Giải

Ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Viết lại các phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu số dương, ta được: $\frac{13}{-7} = \frac{-13}{7}$ và $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$.

Bước 2: Tìm BCNN của các mẫu, ta có: BCNN(25, 7, 4) = 700.

Bước 3: Tìm thừa số phụ của các mẫu, ta có:

700 : 25 = 28; 700 : 7 = 100; 700 : 4 = 175.

Bước 4: Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng, ta được:

$$\frac{-2}{25} = \frac{(-2).28}{25.28} = \frac{-54}{700},\ \frac{13}{-7} = \frac{-13}{7} = \frac{(-13).100}{7.100} = \frac{-1300}{700},$$

$$\frac{6}{24} = \frac{1}{4} = \frac{1.175}{4.175} = \frac{175}{700}.$$

Nhận xét: Trong các thí dụ tiếp theo chúng ta bỏ qua bước 3.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho các phân số sau: $\frac{-5}{17}$; $\frac{3}{-24}$; $\frac{-24}{-64}$

a. Trong các phân số trên, phân số nào chưa được tối giản ? Tối giản các phân số đó.

b. Quy đồng mẫu các phân số trên.

Giải

a. Viết lại các phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu số dương, ta được:

$$\frac{3}{-24} = -\frac{3:3}{24:3} = -\frac{1}{8}, \quad \frac{-24}{-64} = \frac{24:8}{64:8} = \frac{3}{8}.$$

b. Ta lần lượt thực hiện:

- Tìm BCNN của các mẫu, ta có: BCNN(17, 8) = 17.8 = 136.
- Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng, ta được:

$$\frac{-5}{17} \overset{136:17=8}{=} \frac{(-5).8}{136} = \frac{-40}{136},$$

$$-\frac{1}{8} \overset{136:8=17}{=} -\frac{1.17}{136} = -\frac{17}{136},$$

$$\frac{3}{8} \overset{136:8=17}{=} \frac{3.17}{136} = \frac{51}{136}.$$

Ví dụ 2. Quy đồng mẫu các phân số sau:

a. $\frac{-15}{45}$; $\frac{34}{119}$; $\frac{56}{-63}$.

b. $\frac{19}{120}$; $\frac{23}{98}$; $\frac{115}{-210}$.

Giải

a. Ta lần lượt thực hiện:

- Viết lại các phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu số dương, ta được: $\frac{-15}{45} = \frac{-1}{3}$; $\frac{34}{119} = \frac{2}{7}$; $\frac{56}{-63} = \frac{-8}{9}$
- Tìm BCNN của các mẫu, ta có: BCNN(3, 7, 9) = $3^2.7 = 63$.
- Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng, ta được:

$$\frac{-1}{3} = \frac{(-1).12}{63} = \frac{-12}{63}, \quad \frac{2}{7} = \frac{2.9}{63} = \frac{18}{63}, \quad \frac{-8}{9} = \frac{(-8).7}{63} = \frac{-56}{63}.$$

b. Ta lần lượt thực hiện:

- Viết lại các phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu số dương, ta được: $\frac{115}{-210} = \frac{-23}{42}$.

- Tìm BCNN của các mẫu, ta có: $BCNN(120, 98, 210) = 2^3.3.5.7^2 = 5880$.
- Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng, ta được:

$$\frac{19}{120} \overset{5880:120=49}{=} \frac{19.49}{120.49} = \frac{931}{5880},$$

$$\frac{23}{98} \overset{5880:98=60}{=} \frac{23.60}{98.60} = \frac{1380}{5880},$$

$$\frac{-23}{42} \overset{5880:42=140}{=} \frac{-23.140}{42.140} = \frac{3220}{5880}.$$

Ví dụ 3. Hai phân số sau đây có bằng nhau không ?

a. $\frac{8}{-23}$ và $\frac{-96}{276}$.   b. $\frac{27}{153}$ và $\frac{6}{34}$.

Giải

a. Viết lại các phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu số dương, ta được:

$$\frac{8}{-23} = \frac{-8}{23},\ \frac{-96}{276} = \frac{(-96):12}{276:12} = \frac{-8}{23}.\ \text{Vậy: } \frac{8}{-23} = \frac{-96}{276}.$$

b. Viết lại các phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu số dương, ta được:

$$\frac{27}{153} = \frac{27:9}{153:9} = \frac{3}{17},\ \frac{6}{34} = \frac{6:2}{34:2} = \frac{3}{17}.\ \text{Vậy: } \frac{27}{153} = \frac{6}{34}.$$

Ví dụ 4. So sánh hai phân số sau rồi nêu nhận xét: $\frac{17}{23}$ và $\frac{1717}{2323}$.

Giải

Ta có ngay: $\frac{1717}{2323} = \frac{17.101}{23.101} = \frac{17}{23}$.

Vậy, ta có nhận xét: "

Các phân số dạng $\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$ *và* $\frac{\overline{abab}}{\overline{cdcd}}$ *thì bằng nhau vì* $\frac{\overline{abab}}{\overline{cdcd}} = \frac{\overline{ab}.101}{\overline{cd}.101} = \frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$".

Ví dụ 5. Rút gọn rồi quy đồng mẫu các phân số sau: $\frac{3.4+3.11}{9.2+3}$ và $\frac{8.3-3.2}{4.7-2.6}$.

Giải

Ta có: $\frac{3.4+3.11}{9.2+3} = \frac{45}{21} = \frac{15}{7},\ \frac{8.3-3.2}{4.7-2.6} = \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$.

Với hai phân số $\frac{15}{7}$ và $\frac{9}{8}$ ta có:

- Tìm BCNN của các mẫu, ta có: $BCNN(7, 8) = 56$.
- Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân số với thừa số phụ tương ứng, ta được:

$$\frac{15}{7} \overset{56:7=8}{=} \frac{15.8}{7.8} = \frac{120}{56}, \quad \frac{9}{8} \overset{56:8=7}{=} \frac{9.7}{8.7} = \frac{63}{56}.$$

Ví dụ 6. Tìm hai phân số có mẫu bằng 7, biết rằng khi cộng tử với 16 và nhân mẫu đó với 5 thì giá trị của phân số đó không thay đổi.

Giải

Giả sử phân số cần tìm có dạng $\frac{a}{7}$.

Vì khi cộng tử với 16 và nhân mẫu đó với 5 thì giá trị của phân số đó không thay đổi nên: $\frac{a}{7} = \frac{a+16}{7.5} \Leftrightarrow \frac{5a}{35} = \frac{a+16}{35} \Leftrightarrow 5a = a + 16 \Leftrightarrow a = 4.$

Vậy, phân số cần tìm là $\frac{4}{7}$.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Nếu các bước thực hiện để quy đồng mẫu số chung hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$.

Câu hỏi 2: Nếu các bước thực hiện để quy đồng mẫu số chung nhiều phân số.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Quy đồng mẫu các phân số sau:

a. $\frac{31}{120}$ và $\frac{13}{30}$. b. $\frac{25}{84}$ và $\frac{13}{14}$.

Bài tập 2. Quy đồng mẫu các phân số sau:

a. $\frac{11}{20}$; $\frac{13}{30}$ và $\frac{17}{60}$. b. $\frac{1}{11}$; $\frac{1}{12}$ và $\frac{5}{132}$.

Bài tập 3. Quy đồng mẫu các phân số sau:

a. $\frac{12}{310}$ và $\frac{-8}{36}$. b. $\frac{24}{102}$ và $\frac{-11}{-153}$.

Bài tập 4. Quy đồng mẫu các phân số sau:

a. $\frac{-43}{-81}$; $\frac{-201}{135}$ và $\frac{7}{9}$. b. $\frac{35}{20}$; $\frac{-1}{19}$ và $\frac{-15}{28}$.

Bài tập 5. Hai phân số sau đây có bằng nhau không ?

a. $\frac{-45}{147}$ và $\frac{120}{-392}$. b. $\frac{-6}{-91}$ và $\frac{78}{1183}$.

Bài tập 6. Hai phân số sau đây có bằng nhau không ?

a. $\frac{-158}{235}$ và $\frac{26}{912}$. b. $\frac{-54}{-83}$ và $\frac{-9}{13}$.

Bài tập 7. Rút gọn rồi quy đồng mẫu các phân số sau: $\frac{3.4+3.7}{6.5+9}$ và $\frac{6.9-2.17}{63.3-119}$.

Bài tập 8. Tìm hai phân số có mẫu bằng 8. Biết rằng khi cộng tử với 12 và nhân mẫu đó với 5 thì giá trị của phân số đó không thay đổi.

V. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1: Thực hiện các bước quy đồng mẫu các phân số.

a. Ta có: BCNN(120, 30) = 120.

Vậy, ta được: $\frac{13}{30}=\frac{13.4}{120}=\frac{52}{120}$ và $\frac{31}{120}$

b. Ta có: BCNN(84, 14) = 84.

Vậy, ta được: $\frac{13}{14}=\frac{13.6}{84}=\frac{78}{84}$ và $\frac{25}{84}$.

Bài tập 2: Thực hiện các bước quy đồng mẫu các phân số.

a. Ta có: BCNN(20, 30, 60) = 60.

Vậy, ta được: $\frac{11}{20}=\frac{11.3}{60}=\frac{33}{60}$; $\frac{13}{30}=\frac{13.2}{60}=\frac{26}{60}$ và $\frac{17}{60}$.

b. Ta có: BCNN(11, 12, 132) = 132.

Vậy, ta được: $\frac{1}{11}=\frac{1.12}{132}=\frac{12}{132}$; $\frac{1}{12}=\frac{1.11}{132}=\frac{11}{132}$ và $\frac{5}{132}$.

Bài tập 3: Thực hiện các bước quy đồng mẫu các phân số.

a. Ta có: $\frac{24}{102}=\frac{4}{17}$ và $\frac{-11}{-153}=\frac{11}{153}$. Suy ra, ta được: BCNN(153, 17) = 153.

Vậy: $\frac{4}{17}=\frac{4.9}{153}=\frac{36}{153}$; $\frac{-2}{9}=\frac{(-2).155}{1395}=\frac{310}{1395}$.

b. Ta có: $\frac{12}{310}=\frac{6}{155}$ và $\frac{-8}{36}=\frac{-2}{9}$. Suy ra, ta được: BCNN(155, 9) = 1395.

Vậy: $\frac{6}{155}=\frac{6.9}{1395}=\frac{54}{1395}$; $\frac{-2}{9}=\frac{(-2).155}{1395}=\frac{310}{1395}$.

Bài tập 4: Thực hiện các bước quy đồng mẫu các phân số.

a. Ta có: $\frac{-43}{-81}=\frac{43}{81}$.

Suy ra, ta được: BCNN(81, 135, 9) = 405.

Vậy: $\frac{43}{81} = \frac{43.5}{405} = \frac{215}{405}$; $\frac{-201}{135} = \frac{-201}{135} = \frac{-603}{405}$; $\frac{7}{9} = \frac{7.45}{405} = \frac{315}{405}$.

b. Ta có: $\frac{35}{20} = \frac{7}{4}$. Suy ra, ta được: BCNN(4, 19,28) = 532.

Vậy: $\frac{7}{4} = \frac{7.133}{532} = \frac{931}{532}$; $\frac{-1}{19} = \frac{(-1).28}{532} = \frac{-28}{532}$; $\frac{-15}{28} = \frac{(-15).19}{532} = \frac{-285}{532}$.

Bài tập 5:

a. Viết lại các phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu số dương. Ta được:

$\frac{-45}{147} = \frac{(-45):3}{147:3} = \frac{-15}{49}$; $\frac{120}{-392} = \frac{-120}{392} = \frac{(-120):8}{392:8} = \frac{-15}{49}$.

Vậy: $\frac{-45}{147} = \frac{120}{-392}$.

b. Viết lại các phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu số dương.

Ta được: $\frac{-6}{-91} = \frac{6}{91}$; $\frac{78}{1183} = \frac{78:13}{1183:13} = \frac{6}{91}$.

Vậy: $\frac{-6}{-91} = \frac{78}{1183}$.

Bài tập 6:

a. Dễ thấy: $\frac{-158}{235} < 0$ và $\frac{26}{912} > 0$.

Vậy, hai phân số $\frac{-158}{235}$ và $\frac{26}{912}$ không bằng nhau.

b. Dễ thấy: $\frac{-54}{-83} = \frac{54}{83} > 0$ và $\frac{-9}{13} < 0$.

Vậy, hai phân số $\frac{-54}{-83}$ và $\frac{-9}{13}$ không bằng nhau.

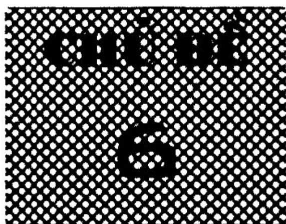
Bài tập 7: *Học sinh tự làm.*

Bài tập 8: Giả sử phân số cần tìm có dạng $\frac{a}{8}$.

Biết rằng khi cộng tử với 12 và nhân mẫu đó với 5 thì giá trị của phân số đó không thay đổi.

Do đó: $\frac{a}{8} = \frac{a+12}{8.5} \Leftrightarrow \frac{5a}{40} = \frac{a+12}{40} \Leftrightarrow 5a = a + 12 \Leftrightarrow a = 3$.

Vậy, phân số cần tìm là $\frac{3}{8}$.



SO SÁNH HAI PHÂN SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. SO SÁNH HAI PHÂN SỐ CÙNG MẪU

Thí dụ 1: So sánh hai phân số sau: $\frac{-1}{3}$ và $\frac{2}{3}$

Giải

Dễ thấy $-1 < 2$, do đó: $\frac{-1}{3} < \frac{2}{3}$.

Từ đó, ta có quy tắc:

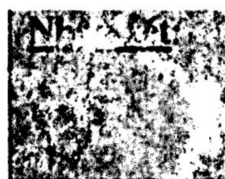
> *Trong hai phân số có cùng mẫu dương, nếu phân số nào có tử lớn hơn thì lớn hơn.*
>
> *Cụ thể:* $a > c$ và $b > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{c}{b}$.
>
> $a < c$ và $b > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{c}{b}$.

Thí dụ 2: So sánh hai phân số sau: $\frac{4}{-11}$ và $\frac{8}{-11}$.

Giải

Viết lại hai phân số dưới dạng mẫu dương, ta được: $\frac{-4}{11}$ và $\frac{-8}{11}$.

Nhận xét rằng: $-4 > -8 \Rightarrow \frac{-4}{11} > \frac{-8}{11} \Leftrightarrow \frac{4}{-11} > \frac{8}{-11}$.



Như vậy, với hai phân số cùng mẫu nhưng có mẫu âm chúng ta cần thực hiện việc đổi dấu để nhận được hai phân số cùng mẫu dương.

2. SO SÁNH HAI PHÂN SỐ KHÔNG CÙNG MẪU

Chúng ta đã biết cách so sánh hai phân số cùng mẫu dương, và câu hỏi được đặt ra là " *Với hai phân số không cùng mẫu thì sao ?* ", câu trả lời thật đơn giản bởi chúng ta đã biết cách quy đồng mẫu số hai phân số. Thí dụ sau sẽ mở đầu cho dạng toán này.

Thí dụ 3: So sánh hai phân số sau: $\frac{-1}{4}$ và $\frac{-4}{5}$.

Giải

Theo quy tắc quy đồng mẫu số, ta có: $\frac{-1}{4} = \frac{-5}{20}$, $\frac{-4}{5} = \frac{-16}{20}$.

Nhận xét rằng: $-5 > -16 \Rightarrow \frac{-5}{20} > \frac{-16}{20} \Leftrightarrow \frac{-1}{4} > \frac{-4}{5}$.

Từ đó, ta có quy tắc:

> *Muốn so sánh hai phân số không cùng mẫu, ta thực hiện theo các bước:*
>
> *Bước 1:* *Viết chúng dưới dạng hai phân số có cùng mẫu dương.*
>
> *Bước 2:* *So sánh các tử với nhau, nếu phân số nào có tử lớn hơn thì lớn hơn. Cụ thể:*
>
> $$a > c \text{ và } b > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{c}{b}.$$
>
> $$a < c \text{ và } b > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{c}{b}.$$

Thí dụ 4: So sánh hai phân số sau: $\frac{3}{-7}$ và $\frac{10}{-12}$.

Giải

Theo quy tắc quy đồng mẫu số, ta có: $\frac{3}{-7} = \frac{-3}{7} = \frac{-36}{84}$, $\frac{10}{-12} = \frac{-10}{12} = \frac{-70}{84}$.

Nhận xét rằng: $-36 > -70 \Rightarrow \frac{-36}{84} > \frac{-70}{84} \Leftrightarrow \frac{3}{-7} > \frac{10}{-12}$.

Chú ý: Đối với các bài toán so sánh hai phân số ta nên thực hiện tuần tự theo các bước sau:

Bước 1: Viết lại các phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu số dương.

Bước 2: Quy đồng mẫu số.

Bước 3: So sánh các tử số.

Ở đây, chúng ta trình bày gộp bước 1 và bước 2.

Thí dụ 5: So sánh 0 với các phân số sau: $\frac{8}{9}$, $\frac{-18}{100}$, $\frac{-33}{-35}$, $\frac{3}{-11}$.

Giải

Trước tiên ta biết rằng $0 = \frac{0}{b}$, với $b \in \mathbf{Z}$ và $b \neq 0$.

- Với phân số $\frac{8}{9}$, ta có: $8 > 0 \Rightarrow \frac{8}{9} > \frac{0}{9} \Leftrightarrow \frac{8}{9} > 0$.
- Với phân số $\frac{-18}{100}$, ta có: $-18 < 0 \Rightarrow \frac{-18}{100} < \frac{0}{100} \Leftrightarrow \frac{-18}{100} < 0$.
- Với phân số $\frac{-33}{-35}$, ta có: $\frac{-33}{-35} = \frac{33}{35}$

$$33 > 0 \Rightarrow \frac{33}{35} > \frac{0}{35} \Leftrightarrow \frac{-33}{-35} > 0.$$

- Với phân số $\frac{3}{-11}$, ta có: $\frac{3}{-11} = \frac{-3}{11}$

$$-3 < 0 \Rightarrow \frac{-3}{11} < \frac{0}{11} \Leftrightarrow \frac{3}{-11} < 0.$$

Nhận xét: Qua thí dụ trên, ta có nhận xét:

1. Phân số có tử và mẫu là hai số nguyên cùng dấu thì lớn hơn 0.
   Phân số lớn hơn 0 gọi là *phân số dương*.
2. Phân số có tử và mẫu là hai số nguyên khác dấu thì nhỏ hơn 0.
   Phân số nhỏ hơn 0 gọi là *phân số âm*.

3. MỘT SỐ TÍNH CHẤT CƠ BẢN

Tính chất 1: (***Tính chất bắc cầu***)

$$\text{Nếu } \begin{cases} \frac{a}{b} > \frac{c}{d} \\ \frac{c}{d} > \frac{m}{n} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{m}{n}.$$

$$\text{Nếu } \begin{cases} \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \\ \frac{c}{d} < \frac{m}{n} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{m}{n}.$$

Thí dụ 6: Ta có: $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ và $\frac{1}{3} > \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} > \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$ và $\frac{2}{3} < \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{3}{4}$.

Tính chất 2: Cho hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ với $b, d > 0$; Nếu $\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \Rightarrow ad > bc$.

Thí dụ 7: Tìm $x \in N^*$, biết: $\frac{4}{x} > \frac{2}{5}$

Giải

Theo tính chất 2, ta có: $\frac{4}{x} > \frac{2}{5} \Rightarrow 4.5 > 2.x \Rightarrow x < 10$.

Vậy, các giá trị cần tìm là $x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Tính chất 3: Cho hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{a}{c}$ với $a, b, c > 0$; Nếu $b > c \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a}{c}$.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. So sánh các phân số sau:

a. $\frac{7}{9}$ và $\frac{64}{81}$.

b. $\frac{18}{19}$ và $\frac{28}{29}$.

Giải

a. Ta có: $\frac{7}{9} = \frac{7.9}{9.9} = \frac{63}{81}$.

Nhận xét rằng: $64 > 63 \Rightarrow \frac{64}{81} > \frac{63}{81} \Leftrightarrow \frac{64}{81} > \frac{7}{9}$.

b. Ta có: BCNN(19, 29) = 19 . 29 = 551.

Suy ra: $\frac{18}{19} = \frac{18.29}{552} = \frac{522}{552}$, $\frac{28}{29} = \frac{28.19}{552} = \frac{532}{552}$.

Nhận xét rằng: $522 < 532 \Rightarrow \frac{522}{552} < \frac{532}{552} \Leftrightarrow \frac{18}{19} < \frac{28}{29}$.

Chú ý: Ngoài cách áp dụng quy tắc quy đồng mẫu số, ta có thể so sánh hai phân số theo cách khác như sau:

Cách 1: Sử dụng tính chất 2; $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow ad < bc$.

Ta được: $\frac{18}{19} < \frac{28}{29}$ do $18.29 = 522 < 19.28 = 531$.

Cách 2: Ta có nhận xét: $\frac{18}{19} = 1 - \frac{1}{19}$ và $\frac{28}{29} = 1 - \frac{1}{29}$.

Mặt khác, dễ thấy: $\frac{1}{19} > \frac{1}{29}$.

Do đó, ta được $\frac{18}{19} < \frac{28}{29}$.

Ví dụ 2. Sắp xếp các số hữu tỉ sau đây theo thứ tự tăng dần.

$$\frac{13}{12};\ \frac{-5}{24};\ 0;\ \frac{1}{2};\ \frac{5}{6};\ \frac{1}{48};\ \frac{2}{3};\ \frac{-9}{8}.$$

Giải

Ta viết lại các số hữu tỉ dưới dạng:

$$\frac{13}{12} = \frac{52}{48};\ \frac{-5}{24} = \frac{-10}{48};\ 0 = \frac{0}{48};$$

$$\frac{1}{2} = \frac{24}{48};\ \frac{5}{6} = \frac{40}{48};\ \frac{2}{3} = \frac{32}{48};\ \frac{-9}{8} = \frac{-54}{48}.$$

Khi đó, ta được: $\frac{-54}{48} < \frac{-10}{48} < 0 < \frac{1}{48} < \frac{24}{48} < \frac{32}{48} < \frac{40}{48} < \frac{52}{48}$.

Vậy, ta có một dãy số hữu tỉ sắp xếp theo thứ tự tăng dần:

$$\frac{-9}{8};\ \frac{-5}{24};\ 0;\ \frac{1}{48};\ \frac{1}{2};\ \frac{2}{3};\ \frac{5}{6};\ \frac{13}{12}.$$

Ví dụ 3. Cho a, b là các số nguyên và b > 0. So sánh hai số hữu tỉ: $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+1}{b+1}$.

Giải

Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{a(b+1)}{b(b+1)}$ và $\frac{a+1}{b+1} = \frac{(a+1)b}{(b+1)b}$.

Để so sánh $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+1}{b+1}$ ta đi so sánh hai số: a(b + 1) và b(a + 1).

Xét hiệu: $a(b + 1) - b(a + 1) = ab + a - (ab + b) = a - b$.

Ta có ba trường hợp, với điều kiện b > 0:

Trường hợp 1: Nếu a – b = 0 thì: a = b thì $\frac{a}{b} = \frac{a+1}{b+1}$.

Trường hợp 2: Nếu a – b < 0 thì: $a < b \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1}$.

Trường hợp 3: Nếu a – b > 0 thì: $a > b \Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{a+1}{b+1}$.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu quy tắc so sánh hai phân số cùng mẫu dương.

Câu hỏi 2: Phát biểu quy tắc so sánh hai phân số không cùng mẫu.

Câu hỏi 3: Một phân số lớn hơn 0 khi nào ? Thế nào là phân số dương ?

Câu hỏi 4: Một phân số nhỏ hơn 0 khi nào ? Thế nào là phân số âm ?

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Điền số thích hợp vào ô trống:

a. $\frac{-12}{11} < \frac{...}{11} < \frac{...}{11} < \frac{...}{11} < \frac{...}{11} < \frac{...}{11} < \frac{-6}{11}$.

b. $\frac{-1}{3} < \frac{...}{36} < \frac{...}{18} < \frac{...}{4} < 0$.

Bài tập 2. So sánh hai phân số sau:

a. $\frac{101}{99}$ và $\frac{81}{79}$.

b. $\frac{-71}{102}$ và $\frac{142}{-204}$.

c. $\frac{-13}{17}$ và $\frac{66}{-85}$.

d. $\frac{-108}{-120}$ và $\frac{21}{24}$.

Bài tập 3. Các phân số sau đây có bằng nhau không ?

a. $\frac{-15}{16}$ và $\frac{5}{-8}$; b. $\frac{13}{9}$ và $\frac{-16}{-3}$; c. $-\frac{7}{3}$ và $\frac{-6}{5}$. d. $\frac{-11}{12}$ và $\frac{-12}{13}$

Bài tập 4. Tìm các phân số có:

a. Mẫu số là 8 và nhỏ hơn $\frac{5}{8}$, lớn hơn $\frac{2}{5}$

b. Tử số là 2 và nhỏ hơn $\frac{1}{5}$, lớn hơn $\frac{1}{9}$.

Bài tập 5. Cho a, b là các số nguyên và b > 0. So sánh hai phân số: $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+n}{b+n}$.

Bài tập 6. Cho phân số $\frac{a}{b}$, chứng minh rằng: $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$, với $b \neq 0$.

Bài tập 7. Cho hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}, \text{ với } b > 0, d > 0.$$

Bài tập 8. Cho hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ với b, d > 0. Chứng minh rằng:

" Nếu $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ thì ad > bc và ngược lại ".

V. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1:

a. Ta có: $\frac{-12}{11} < \frac{-11}{11} < \frac{-10}{11} < \frac{-9}{11} < \frac{-8}{11} < \frac{-7}{11} < \frac{-6}{11}$.

b. Ta giả sử cần điểm a, b, c như sau:

$$\frac{-1}{3} < \frac{a}{36} < \frac{b}{18} < \frac{c}{4} < 0 \Rightarrow \frac{-12}{36} < \frac{a}{36} < \frac{2b}{36} < \frac{9c}{36} < 0.$$

Khi đó, ta có thể điền:

$$\frac{-12}{36} < \frac{-11}{36} < \frac{-10}{36} < \frac{-9}{36} < 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{3} < \frac{-11}{36} < \frac{-5}{18} < \frac{-1}{4} < 0.$$

Bài tập 2:

a. Ta có: $\frac{101}{99} = 1 + \frac{2}{99}$ và $\frac{81}{79} = 1 + \frac{2}{79}$

Mặt khác, dễ thấy: $\frac{2}{99} < \frac{2}{79} \Rightarrow \frac{101}{99} < \frac{81}{79}$.

b. Ta có: $\frac{142}{-204} = \frac{-71}{102}$. Do đó $\frac{-71}{102} = \frac{142}{-204}$.

c. Ta có: $\frac{-13}{17} = \frac{(-13).5}{17.5} = \frac{65}{-85}$. Do đó $\frac{-13}{17} < \frac{66}{-85}$.

d. Ta có: $\frac{21}{24} = \frac{21.5}{24.5} = \frac{105}{120}$ và $\frac{-108}{-120} = \frac{108}{120}$. Do đó $\frac{108}{120} > \frac{21}{24}$.

Bài tập 3:

a. Ta có: $\frac{5}{-8} = \frac{(-5).2}{8.2} = \frac{-10}{16} \Rightarrow \frac{-15}{16} < \frac{-10}{16}$.

b. Ta có: $\frac{-16}{-3} = \frac{16.3}{3.3} = \frac{48}{9} \Rightarrow \frac{13}{9} < \frac{-16}{-3}$.

c. Ta có: $-\frac{7}{3} = -\frac{7.5}{3.5} = -\frac{35}{15}$; $\frac{-6}{5} = -\frac{6.3}{5.3} = -\frac{18}{15}$. Do đó $-\frac{7}{3} < \frac{-6}{5}$.

d. Ta có: $\frac{-11}{12} = \frac{-12+1}{12} = -1 + \frac{1}{12}$; $\frac{-12}{13} = \frac{-13+1}{13} = -1 + \frac{1}{13}$.

Nhận thấy: $\frac{1}{12} > \frac{1}{13}$. Do đó: $-1 + \frac{1}{12} < -1 + \frac{1}{13} \Leftrightarrow \frac{-11}{12} < \frac{-12}{13}$.

Bài tập 4:

a. Giả sử phân số cần tìm là $\frac{a}{8}$, $a \in N$. Ta có: $\frac{2}{5} < \frac{a}{8} < \frac{5}{8}$.

Quy đồng mẫu số, ta được: $\frac{2.8}{40} < \frac{5a}{40} < \frac{5.5}{40} \Leftrightarrow \frac{16}{40} < \frac{5a}{40} < \frac{25}{40}$.

Suy ra: $16 < 5a < 25 \Leftrightarrow a = 4$. Vậy, phân số cần tìm là $\frac{4}{8}$.

b. Giả sử phân số cần tìm là: $\frac{2}{b}$, $b \in N^*$.

Ta có: $\frac{1}{9} < \frac{2}{b} < \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{2}{18} < \frac{2}{b} < \frac{2}{10}$. Suy ra, $10 < b < 18$.

Vậy, phân số cần tìm là: $\frac{2}{11}; \frac{2}{12}; \frac{2}{13}; \frac{2}{14}; \frac{2}{15}; \frac{2}{16}; \frac{2}{17}$.

Bài tập 5: Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{a(b+n)}{b(b+n)}$ và $\frac{a+n}{b+n} = \frac{(a+n)b}{(b+n)b}$.

Để so sánh $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+n}{b+n}$ ta đi so sánh hai số $a(b + n)$ và $b(a + n)$.

Xét hiệu: $a(b + n) - b(a + n) = ab + an - (ab + bn) = an - bn = n(a - b)$.

Ta có ba trường hợp, với điều kiện $b, n > 0$:

Trường hợp 1: Nếu $n(a - b) = 0$ thì: $a = b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a+n}{b+n}$.

Trường hợp 2: Nếu $n(a - b) < 0$ thì: $a < b \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n}$.

Trường hợp 3: Nếu $n(a - b) > 0$ thì: $a > b \Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{a+n}{b+n}$.

Bài tập 6: Ta có: $\frac{a}{-b} = \frac{a.(-1)}{(-b).(-1)} = \frac{-a}{b}$. Do đó $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$, với $b \neq 0$.

Bài tập 7: Theo tính chất 2, ta có: $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc \Leftrightarrow ab + ad < ab + bc$

$\Leftrightarrow a(b + d) < b(a + c) \Leftrightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d}$. (1)

Lại có: $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc \Leftrightarrow ad + cd < bc + cd$

$\Leftrightarrow d(a + c) < c(b + d) \Leftrightarrow \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$ – đpcm.

Bài tập 8: Ta đưa hai phân số về cùng mẫu bd, ta được: $\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$ và $\frac{c}{d} = \frac{bc}{bd}$.

Khi đó: $\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{ad}{bd} > \frac{bc}{bd} \Leftrightarrow ad > bc$ – *Thro quy tắc so sánh hai phân số*



PHÉP CỘNG PHÂN SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. CỘNG HAI PHÂN SỐ CÙNG MẪU

Ở tiểu học, chúng ta đã được làm quen với phép cộng hai phân số cùng mẫu, thí dụ:

$$\frac{2}{3}+\frac{11}{3}=\frac{2+11}{3}=\frac{13}{3}$$

→ Cộng các tử số với nhau và giữ nguyên mẫu số

→ Rút gọn

Như vậy, quy tắc cộng hai phân số cùng mẫu như sau:

> *Muốn cộng hai phân số cùng mẫu, ta cộng các tử và giữ nguyên mẫu.*
>
> $$\frac{a}{m}+\frac{b}{m}=\frac{a+b}{m}.$$

Thí dụ 1: Ta có: $\frac{1}{6}+\frac{-5}{6}=\frac{1+(-5)}{6}=\frac{-4}{6}$;

$$\frac{3}{8}+\frac{5}{-8}=\frac{3}{8}+\frac{-5}{8}=\frac{3+(-5)}{8}=\frac{-2}{8}=\frac{-1}{4}.$$

Nhận xét: Ta nhận thấy với hai số nguyên a, b, ta luôn có:

$$a+b=\frac{a}{1}+\frac{b}{1}=\frac{a+b}{1}.$$

Nhận xét trên giúp ta trả lời câu hỏi " *Tại sao cộng hai số nguyên là trường hợp riêng của cộng hai phân số?* "

2. CỘNG HAI PHÂN SỐ KHÁC MẪU

Chúng ta đã biết cách cộng hai phân số cùng mẫu, và câu hỏi được đặt ra là " *Với hai phân số không cùng mẫu thì sao ?* ", câu trả lời thật đơn giản bởi chúng ta đã biết cách quy đồng mẫu số hai phân số. Thật vậy:

$$\frac{1}{3}+\frac{3}{4}=\frac{4}{12}+\frac{9}{12}=\frac{4+9}{12}=\frac{13}{12}$$

→ Quy đồng mẫu số

→ Rút gọn

→ Cộng các phân số có cùng mẫu số

Từ đó, ta có quy tắc sau:

> *Muốn cộng hai phân số không cùng mẫu, ta thực hiện theo các bước sau:*
>
> *Bước 1: Tìm mẫu số chung rồi quy đồng mẫu số.*
>
> *Bước 2: Thực hiện phép cộng các phân số có cùng mẫu.*

Thí dụ 2: Thực hiện phép tính: $\frac{2}{5}+\frac{7}{8}$.

Giải

Sử dụng quy tắc quy đồng mẫu, ta có: $\frac{2}{5}=\frac{2.8}{5.8}=\frac{16}{40}$, $\frac{7}{8}=\frac{7.5}{8.5}=\frac{35}{40}$.

Khi đó: $\frac{2}{5}+\frac{7}{8}=\frac{16}{40}+\frac{35}{40}=\frac{16+35}{40}=\frac{51}{40}$.

Chú ý:
1. Thông thường, để đơn giản lời giải chúng ta bỏ qua việc trình bày bước quy đồng mẫu số.
2. Viết lại các phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu số dương.

Thí dụ 3: Thực hiện phép tính:

a. $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$.

b. $\frac{-12}{18}+\frac{21}{-35}+\frac{4}{15}$.

Giải

a. Các phân số trong tổng đã cho có mẫu số chung bằng 12, do đó:

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}=\frac{8}{12}+\frac{9}{12}+\frac{10}{12}=\frac{8+9+10}{12}=\frac{27}{12}=\frac{9}{4}.$$

b. Bằng cách rút gọn phân số và đổi dấu mẫu, ta viết lại tổng dưới dạng:

$$\frac{-12}{18}+\frac{21}{-35}+\frac{4}{15}=\frac{-2}{3}+\frac{-3}{5}+\frac{4}{15}.$$

Các phân số trong tổng trên có mẫu số chung bằng 15, do đó:

$$\frac{-2}{3}+\frac{-3}{5}+\frac{4}{15}=\frac{-10}{15}+\frac{-9}{15}+\frac{4}{15}=\frac{-10+(-9)+4}{15}=\frac{-15}{15}=-1.$$

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Thực hiện phép tính:

a. $\frac{3}{2}+\frac{-3}{5}+\frac{1}{4}$.

b. $\frac{2}{7}+\frac{-1}{3}+\frac{1}{21}$.

Giải

a. Các phân số trong tổng đã cho có mẫu số chung bằng 20, do đó:

$$\frac{3}{2}+\frac{-3}{5}+\frac{1}{4}=\frac{30}{20}+\frac{-12}{20}+\frac{5}{20}=\frac{30+(-12)+5}{20}=\frac{23}{20}.$$

b. Các phân số trong tổng đã cho có mẫu số chung bằng 21, do đó:

$$\frac{2}{7}+\frac{-1}{3}+\frac{1}{21}=\frac{6}{21}+\frac{-7}{21}+\frac{1}{21}=\frac{6+(-7)+1}{21}=\frac{0}{21}=0.$$

Chú ý: Như chúng ta đã biết trong phần kiến thức cơ bản rằng " *Nên viết lại các phân số dưới dạng phân số tối giản với mẫu số dương* ".
Ví dụ tiếp theo sẽ khẳng định lại điều này.

Ví dụ 2. Thực hiện phép tính:

a. $\frac{14}{21}+\frac{-27}{36}+\frac{1}{-2}$. b. $\frac{-6}{21}+\frac{18}{24}+\frac{1}{-14}$.

Giải

a. Bằng cách rút gọn phân số và đổi dấu mẫu, ta viết lại tổng dưới dạng:

$$\frac{14}{21}+\frac{-27}{36}+\frac{1}{-2}=\frac{2}{3}+\frac{-3}{4}+\frac{-1}{2}.$$

Các phân số trong tổng trên có mẫu số chung bằng 12, do đó:

$$\frac{2}{3}+\frac{-3}{4}+\frac{-1}{2}=\frac{8}{12}+\frac{-9}{12}+\frac{-6}{12}=\frac{8+(-9)+(-6)}{12}=\frac{-7}{12}.$$

b. Bằng cách rút gọn phân số và đổi dấu mẫu, ta viết lại tổng dưới dạng:

$$\frac{-6}{21}+\frac{18}{24}+\frac{1}{-14}=\frac{-2}{7}+\frac{3}{4}+\frac{-1}{14}.$$

Các phân số trong tổng trên có mẫu số chung bằng 28, do đó:

$$\frac{-2}{7}+\frac{3}{4}+\frac{-1}{14}=\frac{-8}{28}+\frac{21}{28}+\frac{-2}{28}=\frac{-8+21+(-2)}{28}=\frac{11}{28}.$$

Ví dụ 3. Điền dấu thích hợp (<, >, =) vào ô trống:

a. $\frac{4}{-11}+\frac{-7}{11}\ \square\ -1$. b. $\frac{1}{6}+\frac{-3}{4}\ \square\ \frac{1}{14}+\frac{4}{-7}$.

Giải

a. Để lựa chọn được dấu thích hợp, trước tiên ta tính:

$$\frac{4}{-11}+\frac{-7}{11}=\frac{-4}{11}+\frac{-7}{11}=\frac{-4+(-7)}{11}=\frac{-11}{11}=-1.$$

Như vậy, dấu cần điền là dấu "=", cụ thể ta được: $\frac{4}{-11}+\frac{-7}{11}\ \boxed{=}\ -1$.

b. Để lựa chọn được dấu thích hợp, trước tiên ta tính:

$$\frac{1}{6}+\frac{-3}{4}=\frac{2}{12}+\frac{-9}{12}=\frac{2+(-9)}{12}=\frac{-7}{12}.$$

$$\frac{1}{14}+\frac{4}{-7}=\frac{1}{14}+\frac{-4}{7}=\frac{1}{14}+\frac{-8}{14}=\frac{1+(-8)}{14}=\frac{-7}{14}=\frac{-1}{2}.$$

Tới đây, bài toán trở thành so sánh hai phân số $\frac{-7}{12}$ và $\frac{-1}{2}$. Nhận xét rằng:

$$-7.2=-14 \text{ và } 12.(-1)=-12;\ -14<-12 \Leftrightarrow -7.2<12.(-1) \Leftrightarrow \frac{-7}{12}<\frac{-1}{2}.$$

Như vậy, dấu cần điền là dấu "<", cụ thể ta được: $\frac{1}{6}+\frac{-3}{4}\boxed{<}\frac{1}{14}+\frac{4}{-7}$.

Ví dụ 4. Tìm x biết:

a. $x-\frac{4}{9}=\frac{-5}{7}$.   b. $x-\frac{1}{23}=\frac{1}{7}$.

Giải

a. Ta có: $x-\frac{4}{9}=\frac{-5}{7} \Leftrightarrow x=\frac{-5}{7}+\frac{4}{9} \Leftrightarrow x=\frac{(-5).9+4.7}{63} \Leftrightarrow x=\frac{-17}{63}$.

Vậy, ta tìm được $x=\frac{-17}{63}$.

b. Ta có: $x-\frac{1}{23}=\frac{1}{7} \Leftrightarrow x=\frac{1}{23}+\frac{1}{7} \Leftrightarrow x=\frac{1.23+1.7}{7.23} \Leftrightarrow x=\frac{30}{161}$.

Vậy, ta tìm được $x=\frac{30}{161}$.

Ví dụ 5. Một vòi nước chảy vào một cái bể. Giờ thứ nhất vòi nước đó chảy được $\frac{2}{7}$ bể, giờ thứ hai vòi đó chảy được $\frac{3}{7}$ và giờ thứ ba vòi đó chảy được $\frac{9}{35}$ bể. Hỏi sau 3 giờ vòi nước đó có chảy được đầy bể không ?

Giải

Sau 3 giờ vòi nước đó chảy được: $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}+\frac{9}{35}=\frac{2.5+3.5+9}{35}=\frac{34}{35}$.

Vì $\frac{34}{35}<1$ nên sau 3 giờ vòi nước đó chưa chảy đầy bể.

Ví dụ 6. Rút gọn: $A=\dfrac{5-\frac{10}{19}+\frac{15}{143}-\frac{5}{81}}{6-\frac{12}{19}+\frac{18}{143}-\frac{6}{81}}+\dfrac{8-\frac{16}{26}+\frac{24}{423}-\frac{8}{181}}{9-\frac{18}{26}+\frac{27}{423}-\frac{9}{181}}$

Giải

$$\text{Ta có: } A=\dfrac{5\left(1-\frac{2}{19}+\frac{3}{143}-\frac{1}{81}\right)}{6\left(1-\frac{2}{19}+\frac{3}{143}-\frac{1}{81}\right)}+\dfrac{8\left(1-\frac{2}{26}+\frac{3}{423}-\frac{1}{181}\right)}{9\left(1-\frac{2}{26}+\frac{3}{423}-\frac{1}{181}\right)}=\frac{5}{6}+\frac{8}{9}=\frac{31}{18}.$$

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu quy tắc cộng hai phân số cùng mẫu dương.

Câu hỏi 2: Phát biểu quy tắc cộng hai phân số không cùng mẫu.

Câu hỏi 3: Tại sao cộng hai số nguyên là trường hợp riêng của cộng hai phân số ?

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Thực hiện phép tính:

a. $\frac{-15}{17}+\frac{17}{-15}+\frac{14}{17}$. b. $\frac{21}{-5}+\frac{-13}{7}+\frac{23}{-35}$. c. $\frac{5}{17}+\frac{21}{-27}+\frac{14}{-9}+\frac{14}{9}$.

Bài tập 2. Điền dấu thích hợp (<, >, =) vào ô trống:

a. $\frac{3}{5}\ \square\ \frac{2}{3}+\frac{1}{-5}$. b. $\frac{15}{-22}+\frac{-3}{22}\ \square\ \frac{3}{11}-1$.

Bài tập 3. Tìm x biết:

a. $x-\frac{1}{3}=\frac{6}{11}$. b. $x-\frac{21}{12}=\frac{2}{5}$.

Bài tập 4. Rút gọn: $A=\dfrac{3+\frac{6}{12}+\frac{9}{13}-\frac{12}{17}}{4+\frac{8}{12}+\frac{12}{13}-\frac{16}{17}}+\dfrac{4+\frac{16}{61}-\frac{24}{213}-\frac{32}{11}}{5+\frac{20}{61}-\frac{30}{213}-\frac{40}{11}}$

Bài tập 5. Có ba người công nhân cùng nhận làm một công việc. Người thứ nhất làm trong 3 giờ thì hoàn thành công việc, người thứ hai làm trong 4 giờ thì hoàn thành công việc, người thứ ba làm trong 6 giờ thì hoàn thành công việc. Hỏi sau 1 giờ, nếu cả ba người cùng làm thì hoàn thành được bao nhiêu phần công việc ?

Bài tập 6. Có hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước. Nếu vòi thứ nhất chảy một mình thì sau 5 giờ sẽ đầy bể và vòi thứ hai chảy chảy một mình thì sau 6 giờ sẽ đầy bể. Hỏi:

a. Trong một giờ mỗi vòi chảy được một lượng nước bằng mấy phần bể ?

b. Trong một giờ cả hai vòi cùng chảy thì được một lượng nước bằng mấy phần bể ?

Bài tập 7. Cho tổng: $S=\frac{1}{21}+\frac{1}{22}+\frac{1}{23}+\frac{1}{24}+\frac{1}{25}+\frac{1}{26}+\frac{1}{27}+\frac{1}{28}+\frac{1}{29}+\frac{1}{30}$

Hãy so sánh S với $\frac{1}{3}$.

V. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1:

a. $\frac{-304}{255}$. b. $\frac{-47}{7}$. c. $\frac{-74}{153}$.

Bài tập 2:

a. Dấu " < ". b. Dấu " < ".

Bài tập 3:

a. Ta có: $x - \frac{1}{3} = \frac{6}{11} \Leftrightarrow x = \frac{6}{11} + \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{6.3 + 1.11}{33} \Leftrightarrow x = \frac{29}{33}$.

b. Ta có: $x - \frac{21}{12} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5} + \frac{21}{12} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5} + \frac{21:3}{12:3}$

$\Leftrightarrow x = \frac{2}{5} + \frac{7}{4} \Leftrightarrow x = \frac{2.4 + 7.5}{20} \Leftrightarrow x = \frac{43}{20}$.

Bài tập 4: Ta có:

$$A = \frac{3\left(1 + \frac{2}{12} + \frac{3}{13} - \frac{4}{17}\right)}{4\left(1 + \frac{2}{12} + \frac{3}{13} - \frac{4}{17}\right)} + \frac{4\left(1 + \frac{4}{61} - \frac{6}{213} - \frac{8}{11}\right)}{5\left(1 + \frac{4}{61} - \frac{6}{213} - \frac{8}{11}\right)} = \frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{31}{20}.$$

Bài tập 5: Ta lần lượt có:

- Sau 1 giờ người thứ nhất hoàn thành được $\frac{1}{3}$ công việc.
- Sau 1 giờ người thứ hai hoàn thành được $\frac{1}{4}$ công việc.
- Sau 1 giờ người thứ ba hoàn thành được $\frac{1}{6}$ công việc.

Vậy, sau 1 giờ cả ba người cùng làm thì thực hiện được:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1.4 + 1.3 + 1.2}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \text{ (công việc).}$$

Bài tập 6:

a. Nếu vòi thứ nhất chảy một mình thì sau 5 giờ sẽ đầy bể. Do đó, một giờ vòi thứ nhất chảy được: $\frac{1}{5}$ (bể).

Nếu vòi thứ hai chảy một mình thì sau 6 giờ sẽ đầy bể. Do đó, một giờ vòi thứ nhất chảy được: $\frac{1}{6}$ (bể).

b. Trong một giờ cả hai vòi cùng chảy thì được một lượng nước bằng:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{11}{30} \text{ (bể).}$$

Bài tập 7: Dễ thấy: $\frac{1}{21} > \frac{1}{30}; \frac{1}{22} > \frac{1}{30}; \ldots; \frac{1}{29} > \frac{1}{30}$.

Do đó: $\frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \ldots + \frac{1}{30} > \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \ldots + \frac{1}{30}$.

Mà tổng S có 10 số hạng, suy ra:

$\frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \ldots + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} = 10.\frac{1}{30} = \frac{1}{3}$. Vậy, ta được $S > \frac{1}{3}$.



TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÉP CỘNG PHÂN SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. CÁC TÍNH CHẤT

Phép cộng các phân số có một số tính chất cơ bản sau:

Tính chất 1: (***Tính chất giao hoán***) Với mọi phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$, ta có:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}.$$

Tính chất 2: (***Tính chất kết hợp***) Với mọi phân số $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ và $\frac{p}{q}$, ta có:

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{p}{q} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{p}{q}\right).$$

Tính chất 3: (***Cộng với số 0***) Với mọi phân số $\frac{a}{b}$, ta có:

$$\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}.$$

2. ÁP DỤNG

Việc áp dụng các tính chất cơ bản trên của phép cộng, trong nhiều trường hợp sẽ giúp chúng ta giảm được đáng kể độ phức tạp khi tính toán.

Thí dụ 1: Thực hiện phép tính: $\frac{1}{3} + \frac{3}{8} + \frac{-4}{3}$.

Giải

Sử dụng tính chất giao hoán và tính chất kết hợp, ta có:

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{8} + \frac{-4}{3} = \left(\frac{1}{3} + \frac{-4}{3}\right) + \frac{3}{8} = \frac{1-4}{3} + \frac{3}{8} = \frac{-3}{3} + \frac{3}{8}$$

$$= -1 + \frac{3}{8} = \frac{-8}{8} + \frac{3}{8} = \frac{-8+3}{8} = \frac{-5}{8}.$$

Nhận xét: Như vậy, trong quá trình tính toán, việc sử dụng tính chất giao hoán và tính chất kết hợp đã làm cho phép tính đơn giản hơn. Vì ta có thể đổi chỗ hoặc nhóm các số hạng với nhau một cách thích hợp.

Thí dụ 2: Thực hiện phép tính: $\frac{12}{11}+\frac{1972}{2005}+\frac{12}{-11}$.

Giải

Sử dụng tính chất giao hoán và tính chất kết hợp, ta có:

$$\frac{12}{11}+\frac{1972}{2005}+\frac{12}{-11}=\left(\frac{12}{11}+\frac{12}{-11}\right)+\frac{1972}{2005}=\left(\frac{12}{11}+\frac{-12}{11}\right)+\frac{1972}{2005}$$

$$=\frac{12+(-12)}{11}+\frac{1972}{2005}=0+\frac{1972}{2005}=\frac{1972}{2005}.$$

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Tính tổng: $S=\frac{1}{2}+\frac{-1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{-5}+\frac{1}{6}+\frac{-1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{-4}+\frac{1}{5}$.

Giải

Ta viết lại tổng dưới dạng:

$$S=\left(\frac{1}{2}+\frac{-1}{2}\right)+\left(\frac{-1}{3}+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{-4}\right)+\left(\frac{1}{-5}+\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{6}$$

$$=\frac{1+(-1)}{2}+\frac{-1+1}{3}+\left(\frac{1}{4}+\frac{-1}{4}\right)+\left(\frac{-1}{5}+\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{6}$$

$$=\frac{1+(-1)}{4}+\frac{-1+1}{5}+\frac{1}{6}=\frac{1}{6}.$$

Ví dụ 2. Tính nhanh: $A=\frac{6}{17}+\frac{-8}{25}+\frac{-9}{11}+\frac{11}{17}+\frac{-17}{25}$.

Giải

Ta có: $A=\frac{6}{17}+\frac{-8}{25}+\frac{-9}{11}+\frac{11}{17}+\frac{-17}{25}=\left(\frac{6}{17}+\frac{11}{17}\right)+\left(\frac{-8}{25}+\frac{-17}{25}\right)+\frac{-9}{11}$

$$=\frac{6+11}{17}+\frac{-8-17}{25}+\frac{-9}{11}=\frac{17}{17}+\frac{-25}{25}+\frac{-9}{11}=1-1+\frac{-9}{11}=\frac{-9}{11}.$$

Ví dụ 3. Cho tổng: $S=\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{13}+\frac{1}{14}+\frac{1}{15}+\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18}+\frac{1}{19}+\frac{1}{20}$

Hãy so sánh S với $\frac{1}{2}$.

Giải

Nhận xét rằng: $\frac{1}{11}>\frac{1}{20};\ \frac{1}{12}>\frac{1}{20};\ \ldots;\ \frac{1}{19}>\frac{1}{20}$.

Do đó: $\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{20}>\frac{1}{20}+\frac{1}{20}+\ldots+\frac{1}{20}$.

Vì tổng S có 10 số hạng, suy ra: $S>10.\frac{1}{20}=\frac{1}{2}$. Vậy, ta được $S>\frac{1}{2}$.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu các tính chất cơ bản của phép cộng phân số.

Câu hỏi 2: Việc sử dụng các tính chất trên mang lại lợi ích gì ?

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Tính nhanh:

a. $A = \frac{-36}{29} + \frac{-45}{52} + \frac{39}{120} + \frac{7}{29} + \frac{-7}{52}$. b. $B = \frac{-2}{17} + \frac{15}{23} + \frac{-15}{17} + \frac{4}{19} + \frac{8}{23}$.

Bài tập 2. Cho tổng: $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$.

Hãy so sánh S với 1.

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

a. Ta có: $A = \frac{-36}{29} + \frac{-45}{52} + \frac{39}{120} + \frac{7}{29} + \frac{-7}{52}$

$$= \left(\frac{-36}{29} + \frac{7}{29}\right) + \left(\frac{-45}{52} + \frac{-7}{52}\right) + \frac{39}{120}$$

$$= \frac{-36+7}{29} + \frac{-45-7}{52} + \frac{39}{120} = \frac{-29}{29} + \frac{-52}{52} + \frac{39}{120}$$

$$= -1 - 1 + \frac{39}{120} = 2 + \frac{39}{120} = \frac{-240+39}{120} = \frac{201}{120} = \frac{67}{40}.$$

Bài tập 2. Nhận xét rằng: $1 > \frac{1}{10}$,

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{10},$$

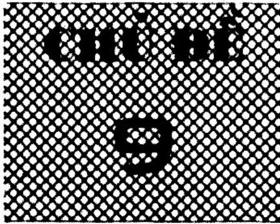
...

$$\frac{1}{9} > \frac{1}{10}.$$

Do đó: $1 + \frac{1}{2} + ... + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} > \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + ... + \frac{1}{10}$.

Vì tổng S có 10 số hạng, suy ra: $S > 10.\frac{1}{10} = 1$.

Vậy, ta được $S > 1$.



PHÉP TRỪ PHÂN SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. SỐ ĐỐI

Nhận xét rằng với: $\frac{3}{5}+\frac{-3}{5}=\frac{3-3}{5}=\frac{0}{5}=0$.

$$\frac{5}{-8}+\frac{5}{8}=\frac{-5}{8}+\frac{5}{8}=\frac{5-5}{8}=\frac{0}{8}=0.$$

Trong những trường hợp này, ta nói:

- $\frac{3}{5}$ là số đối của phân số $\frac{-3}{5}$ và ngược lại $\frac{-3}{5}$ là số đối của phân số $\frac{3}{5}$.
- $\frac{5}{-8}$ là số đối của phân số $\frac{5}{8}$ và ngược lại $\frac{5}{8}$ là số đối của phân số $\frac{5}{-8}$.

Từ đó, ta có khái niệm " ***Số đối*** " được định nghĩa như sau:

> *Hai số được gọi là đối nhau nếu chúng có tổng bằng 0.*
>
> *Kí hiệu số đối của* $\frac{a}{b}$ là $-\frac{a}{b}$, ta có: $\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)=0$, $-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}$.

Thí dụ 1: Từ định nghĩa trên ta thấy:

- Số đối của 8 là -8 và ngược lại.
- Số đối của $\frac{2}{3}$ là $-\frac{2}{3}$ (hoặc viết $\frac{-2}{3}$, $\frac{2}{-3}$) và ngược lại.
- Số đối của $\frac{11}{-8}$ (hoặc $-\frac{11}{8}$, $\frac{-11}{8}$) là $\frac{11}{8}$ và ngược lại.

Nhận xét: Ta thấy ngay, số đối của số 0 là chính nó.

2. PHÉP TRỪ HAI PHÂN SỐ

Để xây dựng được quy tắc phép trừ hai phân số, chúng ta sẽ bắt đầu với việc tính: $A=\frac{3}{7}-\frac{2}{5}=\frac{3.5}{35}-\frac{2.7}{35}=\frac{15-14}{35}=\frac{1}{35}$.

$$B=\frac{3}{7}+\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{3}{7}+\frac{-2}{5}=\frac{3.5}{35}+\frac{(-2).7}{35}=\frac{15-14}{35}=\frac{1}{35}.$$

Vậy, ta thấy: $A = B \Leftrightarrow \frac{3}{7} - \frac{2}{5} = \frac{3}{7} + \left(-\frac{2}{5}\right)$.

Từ đó, ta có quy tắc sau:

> *Muốn trừ hai phân số, ta cộng số bị trừ với số đối của số trừ.*
>
> $$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right) = \frac{a}{b} + \frac{-c}{d}.$$

Thí dụ 2: Thực hiện phép trừ:

a. $\frac{1}{6} - \frac{1}{2}$. b. $\frac{-3}{4} - (-1)$. c. $\frac{11}{36} - \frac{-11}{24}$.

Giải

a. Ta viết: $\frac{1}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{6} + \frac{-1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{-3}{6} = \frac{1+(-3)}{6} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$.

b. Ta viết: $\frac{-3}{4} - (-1) = \frac{-3}{4} + 1 = \frac{-3}{4} + \frac{4}{4} = \frac{-3+4}{4} = \frac{1}{4}$.

c. Ta viết: $\frac{11}{36} - \frac{-11}{24} = \frac{11}{36} + \frac{11}{24} = \frac{22}{72} + \frac{33}{72} = \frac{55}{72}$.

Nhận xét: Tới đây, hẳn chúng ta đã nắm được quy tắc trừ hai phân số. Do đó, chúng ta sẽ lựa chọn cách trình bày như sau:

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1-3}{6} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$$

để tiện kết hợp với phép cộng phân số.

Thí dụ 3: Thực hiện phép tính: $A = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4}$.

Giải

Ta viết: $A = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{6}{12} - \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{6-8+9}{12} = \frac{7}{12}$.

Nhận xét: Ta có nhận xét quan trọng sau:

$$\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) + \frac{c}{d} = \left[\frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right)\right] + \frac{c}{d}$$

$$= \frac{a}{b} + \left[\left(-\frac{c}{d}\right) + \frac{c}{d}\right] = \frac{a}{b} + 0 = \frac{a}{b}.$$

Như vậy, phép trừ là phép toán ngược của phép cộng. Do đó, phép trừ có đầy đủ các tính chất của phép cộng.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1.

a. Tính: $1-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$.

b. Sử dụng kết quả câu a) để tính nhanh tổng:

$$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}.$$

Giải

a. Ta có: $1-\frac{1}{2}=\frac{2}{2}-\frac{1}{2}=\frac{2-1}{2}=\frac{1}{2}$,

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{3-2}{6}=\frac{1}{6},$$

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{4}{12}-\frac{3}{12}=\frac{4-3}{12}=\frac{1}{12},$$

$$\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{5}{20}-\frac{4}{20}=\frac{5-4}{20}=\frac{1}{20},$$

$$\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{6}{30}-\frac{5}{30}=\frac{6-5}{30}=\frac{1}{30}.$$

b. Sử dụng kết quả câu a), ta biến đổi S về dạng:

$$S=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)$$

$$=1-\frac{1}{6}=\frac{6}{6}-\frac{1}{6}=\frac{6-1}{6}=\frac{5}{6}.$$

Nhận xét: Trong ví dụ trên nếu ta để ý theo chiều ngược lại sẽ nhận được kết quả:

$$\frac{1}{2}=\frac{1}{1.2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2};\ \frac{1}{6}=\frac{1}{2.3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3},$$

$$\frac{1}{12}=\frac{1}{3.4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4};\ \frac{1}{20}=\frac{1}{4.5}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5},$$

$$\frac{1}{30}=\frac{1}{5.6}=\frac{1}{5}-\frac{1}{6}.$$

Ví dụ tiếp theo sẽ tổng quát hoá nhận định này.

Ví dụ 2. Tính: $S = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + ... + \frac{1}{999.1000}$.

Giải

Nhận thấy: $\frac{1}{k.(k+1)} = \frac{1}{k.} - \frac{1}{k+1}$ với $k \in \mathbb{N}^*$.

Suy ra, ta có: $\frac{1}{1.2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

...

$\frac{1}{999.1000} = \frac{1}{999} - \frac{1}{1000}$

Vậy, ta được: $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + ... + \frac{1}{999} - \frac{1}{1000} = 1 - \frac{1}{1000} = \frac{999}{1000}$.

Ví dụ 3. Tính:

a. $A = \frac{5}{12} - \frac{1}{6} + \frac{-7}{2}$.

b. $B = \frac{12}{21} - \frac{3}{7} + \frac{-2}{3}$.

Giải

a. Ta có: $A = \frac{5}{12} - \frac{1}{6} + \frac{-7}{2} = \frac{5 - 1.2 + (-7).6}{12} = \frac{-39}{12} = -\frac{13}{4}$.

b. Ta có: $B = \frac{12}{21} - \frac{3}{7} + \frac{-2}{3} = \frac{12 - 3.3 + (-2).7}{21} = -\frac{11}{21}$.

Ví dụ 4. Tìm x biết:

a. $\frac{4}{15} - x = \frac{-1}{5}$.

b. $x + \frac{5}{24} = \frac{3}{8}$.

Giải

a. Ta có: $\frac{4}{15} - x = \frac{-1}{5} \Leftrightarrow x = \frac{4}{15} - \frac{-1}{5} \Leftrightarrow x = \frac{4-(-1)3}{15} \Leftrightarrow x = \frac{7}{15}$.

Vậy, ta tìm được $x = \frac{7}{15}$.

b. Ta có: $x + \frac{5}{24} = \frac{3}{8} \Leftrightarrow x = \frac{3}{8} - \frac{5}{24} \Leftrightarrow x = \frac{3.3-5}{24} \Leftrightarrow x = \frac{4}{24} \Leftrightarrow x = \frac{1}{8}$.

Vậy, ta tìm được $x = \frac{1}{8}$.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Nêu định nghĩa số đối và cho ví dụ.

Câu hỏi 2: Số a bằng bao nhiêu, biết rằng a = –a.

Câu hỏi 3: Phát biểu quy tắc trừ hai phân số.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Thực hiện phép tính:

a. $\frac{3}{7}-\frac{-4}{7}$. b. $\frac{2}{9}-\frac{-1}{6}$. c. $\frac{-13}{11}-\frac{5}{-11}$. d. $\frac{-5}{9}-\frac{5}{12}$.

Bài tập 2. Thực hiện phép tính:

a. $\frac{5}{17}-\frac{17}{34}-\frac{-5}{2}$. b. $\frac{7}{12}+\frac{-9}{13}+\frac{5}{-6}$. d. $\frac{-15}{72}-\frac{11}{-8}-\frac{7}{9}+\frac{2}{3}$.

Bài tập 3. Tìm x biết:

a. $x+\frac{2}{5}=\frac{7}{11}$. b. $\frac{15}{21}-x=\frac{5}{8}$.

Bài tập 4. Rút gọn: $A=\dfrac{9+\frac{9}{11}+\frac{18}{23}-\frac{27}{37}}{8+\frac{8}{11}+\frac{16}{23}-\frac{24}{37}}-\dfrac{2+\frac{16}{29}-\frac{24}{13}-\frac{32}{11}}{3+\frac{24}{29}-\frac{36}{13}-\frac{48}{11}}$.

Bài tập 5. Hai vòi nước chảy vào một cái bể. Vòi thứ nhất chảy đầy bể hết 3 giờ. Vòi thứ hai chảy đầy bể hết 5 giờ. Hỏi trong một giờ, vòi nào chảy được nhiều nước hơn và nhiều hơn bao nhiêu ?

Bài tập 6. Thời gian một ngày của Cu Tí được phân phối như sau:

- Ngủ chiếm $\frac{1}{3}$ ngày.
- Học ở trường chiếm $\frac{1}{6}$ ngày.
- Tự học ở nhà chiếm $\frac{1}{8}$ ngày.
- Giúp mẹ trông em chiếm $\frac{1}{24}$ ngày.

Hỏi Cu Tí còn bao nhiêu thời gian rỗi ?

Bài tập 7. Một vòi nước chảy vào một cái bể. Giờ thứ nhất vòi nước đó chảy với tốc độ x thì được $\frac{2}{5}$ bể, giờ thứ hai vòi đó chảy chảy với tốc độ y thì được $\frac{1}{45}$

và giờ thứ ba vòi đó chảy chảy với tốc độ z thì được $\frac{5}{9}$ bể. Hỏi sau 3 giờ vòi nước đó có chảy được đầy bể không ? Nếu chưa đầy thì vòi nước phải chảy với tốc độ nào để trong đúng 1 giờ sau thì bể nước đầy?

Bài tập 8. Tìm hai số tự nhiên a, b biết:

a. $\frac{a}{2} - \frac{3}{b} = \frac{5}{6}$.

b. $\frac{a}{3} - \frac{1}{b} = \frac{4}{15}$.

V. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1:

a. Ta viết: $\frac{3}{7} - \frac{-4}{7} = \frac{3-(-2)}{7} = \frac{3+4}{7} = \frac{7}{7} = 1$.

b. Ta viết: $\frac{2}{9} - \frac{-1}{6} = \frac{4}{18} - \frac{-4}{18} = \frac{4-(-4)}{18} = \frac{4+4}{18} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$.

c. Ta viết: $\frac{-13}{11} - \frac{5}{-11} = \frac{-13}{11} + \frac{5}{11} = \frac{-13+5}{11} = \frac{-8}{11}$.

d. Ta viết: $\frac{-5}{9} - \frac{5}{12} = \frac{-20}{36} - \frac{15}{36} = \frac{-20-15}{36} = \frac{-35}{36}$.

Bài tập 2:

a. Ta có: $\frac{5}{17} - \frac{17}{34} - \frac{-5}{2} = \frac{5.2 - 11 - (-5).17}{34} = \frac{84}{34} = \frac{39}{17}$.

b. Ta có: $\frac{7}{12} + \frac{-9}{13} + \frac{5}{-6} = \frac{7.13 + (-9).12 + (-5).26}{156} = \frac{-147}{156} = \frac{-49}{52}$.

c. Ta có: $\frac{-15}{72} - \frac{11}{-8} - \frac{7}{9} + \frac{2}{3} = \frac{-15 - (-11).9 - 7.8 + 2.24}{72} = \frac{76}{72} = \frac{19}{18}$.

Bài tập 3:

a. Ta có: $x + \frac{2}{5} = \frac{7}{11} \Leftrightarrow x = \frac{7}{11} - \frac{2}{5} \Leftrightarrow x = \frac{7.5 - 2.11}{55} = \frac{13}{55}$.

b. Ta có: $\frac{15}{21} - x = \frac{5}{8} \Leftrightarrow x = \frac{15}{21} - \frac{5}{8} \Leftrightarrow x = \frac{15.8 - 5.21}{168} = \frac{15}{168} = \frac{5}{56}$.

Bài tập 4: Ta có: $A = \dfrac{9\left(1 + \frac{1}{11} + \frac{2}{23} - \frac{3}{37}\right)}{8\left(1 + \frac{1}{11} + \frac{2}{23} - \frac{3}{37}\right)} - \dfrac{2\left(1 + \frac{8}{29} - \frac{12}{13} - \frac{16}{11}\right)}{3\left(1 + \frac{8}{29} - \frac{12}{13} - \frac{16}{11}\right)}$

$= \frac{9}{8} - \frac{2}{3} = \frac{9.3 - 2.8}{24} = \frac{11}{24}$.

Bài tập 5: Nhận xét rằng:

- Một giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{3}$ (bể).
- Một giờ vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{5}$ (bể).

Dễ thấy, $\frac{1}{3} > \frac{1}{5}$. Do đó, trong 1 giờ vòi thứ nhất chảy được một lượng nước nhiều hơn vòi thứ hai bằng: $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{5}{15} - \frac{3}{15} = \frac{2}{15}$ (bể).

Bài tập 6: Ta có thể thực hiện theo hai cách sau:

Cách 1: Một ngày có 24 tiếng. Do đó:

- Cu Tí ngủ $\frac{24}{3} = 8$ tiếng một ngày.
- Cu Tí học ở trường $\frac{24}{6} = 4$ tiếng một ngày.
- CuTí tự học ở nhà $\frac{24}{8} = 3$ tiếng một ngày.
- Giúp mẹ trông em $\frac{24}{24} = 1$ tiếng một ngày.

Vậy, thời gian Cu Tí rỗi là: $24 - (8 + 4 + 3 + 1) = 8$ tiếng.

Cách 2: Thời gian Cu Tí rỗi chiếm:

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24}\right) = \frac{24 - (8 + 4 + 3 + 1)}{24} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3} \text{ (ngày)}$$

Vậy, một ngày Cu Tí có 8 tiếng rỗi.

Bài tập 7: Sau 3 giờ vòi nước đó chảy được:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{45} + \frac{5}{9} = \frac{2.9 + 1 + 5.5}{35} = \frac{44}{45}.$$

Vì $\frac{44}{45} < 1$ nên sau 3 giờ vòi nước đó chưa chảy đầy bể.

Suy ra, sau 3 giờ vòi nước chảy còn lại: $1 - \frac{44}{45} = \frac{45 - 44}{45} = \frac{1}{45}$ (bể).

Vậy, vòi nước phải chảy với tốc độ y thì sau 1 giờ nữa thì bể nước đầy.

Bài tập 8:

a. Quy đồng mẫu số, ta được:

$$\frac{3ab - 3.6}{6b} = \frac{5b}{6b} \Leftrightarrow 3ab - 18 = 5b \Leftrightarrow 3ab - 5b - 18 = 0 \Leftrightarrow b(3a - 5) = 18.$$

Suy ra, b và 3a – 5 phải là ước của 18.

Ta có bảng sau:

b	1	2	3	6	9	18
3a–5	18	9	6	3	2	1
a	(loại)	(loại)	(loại)	(loại)	(loại)	2

Vậy, ta tìm được hai số tự nhiên a = 2 và b = 18.

b. Quy đồng mẫu số, ta được:

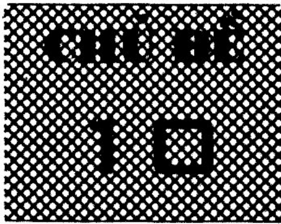
$$\frac{5ab - 15}{15b} = \frac{4b}{15} \Leftrightarrow 5ab - 15 = 4b \Leftrightarrow 5ab - 4b - 15 = 0 \Leftrightarrow b(5a - 4) = 15.$$

Suy ra, b và 5a – 3 phải là ước của 15.

Ta có bảng sau:

b	1	3	5	15
5a – 4	15	5	3	1
a	(loại)	(loại)	(loại)	1

Vậy, ta tìm được hai số tự nhiên a = 1 và b = 15.



PHÉP NHÂN PHÂN SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. PHÉP NHÂN PHÂN SỐ

Chúng ta đã biết được làm quen với quy tắc nhân hai phân số ở bậc tiểu học, cụ thể:

$$\frac{1}{3}.\frac{3}{4} = \frac{1.3}{3.4} = \frac{1}{4}$$

→ Nhân tử số với nhau

→ Rút gọn

→ Nhân mẫu số với nhau

và quy tắc này vẫn đúng với phân số có tử và mẫu là các số nguyên. Như vậy, ta có quy tắc sau:

Quy tắc: ***Muốn nhân hai phân số, ta nhân các tử với nhau, các mẫu với nhau.***

Vậy, ta được:

$$\frac{a}{b}.\frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d}.$$

Thí dụ 1: Thực hiện phép tính:

a. $\frac{5}{11}.\frac{7}{2}$. b. $\frac{-2}{9}.\frac{5}{-3}$. c. $4.\frac{1}{8}$.

Giải

a. Dựa vào quy tắc nhân phân số, ta có ngay: $\frac{5}{11}.\frac{7}{2} = \frac{5.7}{11.2} = \frac{35}{22}$.

b. Dựa vào quy tắc nhân phân số, ta có ngay: $\frac{-2}{9}.\frac{5}{-3} = \frac{(-2).5}{9.(-3)} = \frac{-10}{-27} = \frac{10}{27}$.

c. Dựa vào quy tắc nhân phân số, ta có ngay: $4.\frac{1}{8} = \frac{4}{1}.\frac{1}{8} = \frac{4.1}{1.8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Nhận xét: Như vậy, muốn nhân một số nguyên với một phân số (hay một phân số với một số nguyên), ta nhân tử của phân số với số nguyên đó và giữ nguyên mẫu số. Cụ thể:

$$m.\frac{a}{b} = \frac{m.a}{b}.$$

Thí dụ 2: Thực hiện phép tính: $\left(\frac{-6}{5}\right)^3$.

Giải

Ta có: $\left(\frac{-6}{5}\right)^3 = \frac{-6}{5}.\frac{-6}{5}.\frac{-6}{5} = \frac{(-6).(-6).(-6)}{5.5.5} = \frac{(-6)^3}{5^3} = \frac{216}{125}$.

Nhận xét: Như vậy, phép toán luỹ thừa của phân số được miêu tả như sau: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, với n nguyên dương.

Thí dụ 3: Tính: $A = \left(2 - \frac{1}{2}\right).\left(\frac{-3}{4} + \frac{1}{2}\right) + 3.\left(\frac{1}{3}\right)^2$.

Giải

Ta có: $A = \frac{4-1}{2}.\frac{-3+2}{4} + 3.\frac{1^2}{3^2} = \frac{3}{2}.\frac{-1}{4} + \frac{3}{9} = \frac{-3}{6} + \frac{1}{3} = \frac{-3+2}{6} = \frac{-1}{6}$.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Tính:

a. $\frac{5}{3} + \frac{1}{4}.\frac{8}{7}$.

b. $\frac{9}{8}.\frac{28}{3} - 4.\frac{3}{5}$.

Giải

a. Ta thực hiện: $\frac{5}{3} + \frac{1}{4}.\frac{8}{7} = \frac{5}{3} + \frac{1.8}{4.7} = \frac{5}{3} + \frac{2}{7} = \frac{35+6}{21} = \frac{41}{21}$.

b. Ta thực hiện: $\frac{9}{8}.\frac{28}{3} - 4.\frac{3}{5} = \frac{9.28}{8.3} - \frac{4.3}{5} = \frac{21}{2} - \frac{12}{5} = \frac{105-24}{10} = \frac{81}{10}$.

Ví dụ 2. Tìm x, biết:

a. $x - \frac{1}{4} = \frac{5}{28}.\frac{7}{3}$.

b. $\frac{x}{126} = \frac{-11}{9}.\frac{8}{7}$.

Giải

a. Ta có: $x - \frac{1}{4} = \frac{5}{28}.\frac{7}{3} \Leftrightarrow x = \frac{5}{28}.\frac{7}{3} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12} + \frac{1}{4} = \frac{5+3}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

Vậy, ta được $x = \frac{2}{3}$.

b. Ta có: $\frac{x}{126} = \frac{-11}{9}.\frac{8}{7} = \frac{-88}{63} = \frac{-176}{126} \Leftrightarrow x = -176$.

Vậy, ta được $x = -176$.



Trong lời giải câu b), ta đã sử dụng tính chất:

- Nếu $\frac{x}{b} = \frac{c}{b}$ thì $x = c$ (do đó cần đưa chúng về cùng mẫu).
- Ngoài ra, ta còn có $\frac{a}{x} = \frac{a}{b} \Rightarrow x = b$.

Ví dụ 3.

a. Cho hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{a}{c}$ với a, b, c $\in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ và $a = b + c$. Chứng tỏ rằng tích của hai phân số này bằng tổng của chúng.

b. Thử lại với a = 7, b = 3.

Giải

a. Ta lần lượt có: $\frac{a}{b}.\frac{a}{c} = \frac{a.a}{bc} = \frac{a^2}{bc}$. (1)

$$\frac{a}{b} + \frac{a}{c} = \frac{ac + ab}{bc} = \frac{a(c + b)}{bc} = \frac{a.a}{bc} = \frac{a^2}{bc}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{a}{b}.\frac{a}{c} = \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$, đpcm.

b. Với a = 7, b = 3 ta nhận được hai phân số: $\frac{7}{3}$ và $\frac{7}{4}$.

Ta có: $\frac{7}{3}.\frac{7}{4} = \frac{49}{12}$ và $\frac{7}{3} + \frac{7}{4} = \frac{28 + 21}{12} = \frac{49}{12} \Rightarrow \frac{7}{3}.\frac{7}{4} = \frac{7}{3} + \frac{7}{4}$.

Ví dụ 4. Cho hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$. Chứng minh rằng:

$$-\left(\frac{a}{b}.\frac{c}{d}\right) = \left(-\frac{a}{b}\right).\frac{c}{d} = \frac{a}{b}.\left(-\frac{c}{d}\right)$$

Giải

Ta có thể sử dụng một trong hai cách sau:

Cách 1: Ta có: $\frac{a}{b}.\frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d} \Rightarrow -\left(\frac{a}{b}.\frac{c}{d}\right) = \frac{-(a.c)}{b.d} = \frac{(-a).c}{b.d}\left(-\frac{a}{b}\right).\frac{c}{d}$. (1)

Lại có: $-\left(\frac{a}{b}.\frac{c}{d}\right) = \frac{-(a.c)}{b.d} = \frac{a.(-c)}{b.d} = \frac{a}{b}.\left(-\frac{c}{d}\right)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $-\left(\frac{a}{b}.\frac{c}{d}\right) = \left(-\frac{a}{b}\right).\frac{c}{d} = \frac{a}{b}.\left(-\frac{c}{d}\right)$

Cách 2: Ta có: $\left(\frac{a}{b}.\frac{c}{d}\right) + \left(-\frac{a}{b}\right).\frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d} + \frac{(-a).c}{b.d} = \frac{a.c + (-a).c}{b.d} = 0$

$\Rightarrow -\left(\frac{a}{b}.\frac{c}{d}\right) = \left(-\frac{a}{b}\right).\frac{c}{d}$. (3)

Lại có: $\left(\frac{a}{b}.\frac{c}{d}\right) + \frac{a}{b}.\left(-\frac{c}{d}\right) = \frac{a.c}{b.d} + \frac{a.(-c)}{b.d} = \frac{a.c + a.(-c)}{b.d} = 0$

$\Rightarrow \left(\frac{a}{b}.\frac{c}{d}\right) = \frac{a}{b}.\left(-\frac{c}{d}\right)$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $-\left(\frac{a}{b}.\frac{c}{d}\right) = \left(-\frac{a}{b}\right).\frac{c}{d} = \frac{a}{b}\left(-\frac{c}{d}\right)$.

Ví dụ 5. Tìm các giá trị của x để phân số : $A = m.\frac{7x-8}{6x+5}$.

a. Có giá trị bằng 0, với $m \in \mathbb{Z}$. b. Mang dấu dương, với $m \in \mathbb{Z}^+$.

c. Mang dấu dương, với $m \in \mathbb{Z}^-$.

Giải

a. Ta có: $A = 0 \Leftrightarrow m.\frac{7x-8}{6x+5} = 0$, với $m \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 7x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{8}{7}$.

Vậy, với $x = \frac{8}{7}$ thì $A = 0$, với $m \in \mathbb{Z}$.

b. Ta có: $A > 0 \Leftrightarrow m.\frac{7x-8}{6x+5} > 0$, $m \in \mathbb{Z}^+ \Leftrightarrow \frac{7x-8}{6x+5} > 0$

$\Leftrightarrow$ tử số và mẫu số phải cùng dấu. Ta có hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: Nếu: $\begin{cases} 7x-8>0 \\ 6x+5>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{8}{7} \\ x > \frac{-5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{8}{7}$.

Trường hợp 2: Nếu: $\begin{cases} 7x-8<0 \\ 6x+5<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{8}{7} \\ x < \frac{-5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow x < -\frac{5}{6}$.

Vậy, với $x > \frac{8}{7}$ hoặc $x < -\frac{5}{6}$ thì $A > 0$, với $m \in \mathbb{Z}^+$.

c. Ta có: $A > 0 \Leftrightarrow m\frac{7x-8}{6x+5} > 0$, $m \in \mathbb{Z}^- \Leftrightarrow \frac{7x-8}{6x+5} < 0$

$\Leftrightarrow$ tử số và mẫu số phải khác dấu. Ta có hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: Nếu: $\begin{cases} 7x-8>0 \\ 6x+5<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{8}{7} \\ x < \frac{-5}{6} \end{cases}$.

Vô lý, do không có số x nào thỏa mãn $x > \frac{8}{7}$ và $x < -\frac{5}{6}$.

Trường hợp 2: Nếu: $\begin{cases} 7x - 8 < 0 \\ 6x + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \dfrac{8}{7} \\ x > \dfrac{-5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{5}{6} < x < \dfrac{8}{7}$.

Vậy, với $-\dfrac{5}{6} < x < \dfrac{8}{7}$ thì $A < 0$, với $m \in \mathbb{Z}^-$.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu quy tắc nhân phân số.

Câu hỏi 2: Nêu cách nhân một số nguyên với một phân số (hay một phân số với một số nguyên).

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Thực hiện phép tính:

a. $\dfrac{8}{7} + \dfrac{1}{5}.\dfrac{10}{9}$.

b. $\dfrac{5}{12} - \dfrac{27}{7}.\dfrac{35}{18}$

c. $3.\dfrac{7}{33} - \left(\dfrac{3}{7} - \dfrac{1}{3}\right).\dfrac{6}{2}$.

d. $\left(\dfrac{3}{2}\right)^3 - \left(\dfrac{9}{2} + \dfrac{2}{9}\right).\left(\dfrac{4}{3} - \dfrac{5}{4}\right)$.

Bài tập 2. Tìm x, biết:

a. $x - \dfrac{2}{3}.\dfrac{9}{8} = 3.\left(\dfrac{5}{6}\right)^2$.

b. $\dfrac{x}{42} = \dfrac{-8}{9}.\dfrac{3}{7}$.

c. $\dfrac{x}{12} = \dfrac{3}{8}.\dfrac{7}{9}$.

d. $\dfrac{7}{x} = \dfrac{7}{12}.\dfrac{9}{2}$.

Bài tập 3.

a. Cho hai phân số $\dfrac{1}{n}$ và $\dfrac{1}{n+1}$ với n nguyên dương. Chứng tỏ rằng tích của hai phân số này bằng hiệu của chúng.

b. Sử dụng kết quả câu a) để tính giá trị của các biểu thức:

$$P = \frac{1}{2}.\frac{1}{3} + \frac{1}{3}.\frac{1}{4} + \frac{1}{4}.\frac{1}{5} + \frac{1}{5}.\frac{1}{6} + \frac{1}{6}.\frac{1}{7} + \frac{1}{7}.\frac{1}{8} + \frac{1}{8}.\frac{1}{9}.$$

$$Q = \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}.$$

Bài tập 4. Tìm các giá trị của x để: $A = m.\dfrac{5x+2}{8x-1}$.

a. Có giá trị bằng 0, với $m \in \mathbb{Z}$.

b. Mang dấu dương, với $m \in \mathbb{Z}^+$.

c. Mang dấu dương, với $m \in \mathbb{Z}^-$.

Bài tập 5. Lúc 7h40ph bạn Việt đi xe đạp từ A đến B với vận tốc 12km/h. Lúc 7h50ph bạn Nam đi xe đạp từ B đến A với vận tốc 15km/h. Hai người gặp nhau ở C lúc 8h10ph. Tính quãng đường AB.

V. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1:

a. Ta thực hiện: $\frac{8}{7}+\frac{1}{5}.\frac{10}{9}=\frac{8}{7}+\frac{2}{9}=\frac{72+14}{63}=\frac{86}{63}$.

b. Ta thực hiện: $\frac{5}{12}-\frac{27}{7}.\frac{35}{18}=\frac{5}{12}-\frac{15}{2}=\frac{5-90}{12}=-\frac{85}{12}$.

c. Ta thực hiện: $3.\frac{7}{33}-\left(\frac{3}{7}-\frac{1}{3}\right).\frac{6}{2}=\frac{7}{11}-\frac{9-7}{21}.3=\frac{7}{11}-\frac{2}{7}=\frac{49-22}{77}=\frac{27}{77}$.

d. Ta thực hiện: $\left(\frac{3}{2}\right)^3-\left(\frac{9}{2}+\frac{2}{9}\right).\left(\frac{4}{3}-\frac{5}{4}\right)=\frac{27}{8}-\frac{85}{18}.\frac{1}{12}=\frac{27}{8}-\frac{85}{216}$

$$=\frac{729-85}{216}=\frac{644}{216}=\frac{161}{54}.$$

Bài tập 2:

a. Ta có: $x-\frac{2}{3}.\frac{9}{8}=3.\left(\frac{5}{6}\right)^2$

$$\Leftrightarrow x=3.\left(\frac{5}{6}\right)^2+\frac{2}{3}.\frac{9}{8}=\frac{25}{12}+\frac{3}{4}=\frac{25+9}{12}=\frac{34}{12}=\frac{17}{6}$$

Vậy, ta được $x=\frac{17}{6}$.

b. Ta có: $\frac{x}{42}=\frac{-8}{9}.\frac{3}{7}=\frac{-8}{21}=\frac{-16}{42}\Leftrightarrow x=-16$. Vậy, ta được $x=-16$.

c. Ta có: $\frac{x}{12}=\frac{3}{8}.\frac{7}{9}=\frac{7}{24}\Leftrightarrow\frac{2x}{24}=\frac{7}{24}\Leftrightarrow 2x=7\Leftrightarrow x=\frac{7}{2}$.

Vậy, ta được $x=\frac{1}{8}$.

d. Ta có: $\frac{7}{x}=\frac{7}{12}.\frac{9}{2}=\frac{21}{8}\Leftrightarrow\frac{21}{3x}=\frac{21}{8}\Leftrightarrow 3x=8\Leftrightarrow x=\frac{8}{3}$.

Vậy, ta được $x=\frac{8}{3}$.

Bài tập 3:

a. Ta lần lượt có: $\frac{1}{n}.\frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$. (1)

$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{1}{n}.\frac{1}{n+1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$, đpcm.

b. Sử dụng kết quả câu a), ta được:

$$P = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{9} = \frac{9-2}{18} = \frac{7}{18}.$$

$$Q = \frac{1}{5}.\frac{1}{6} + \frac{1}{6}.\frac{1}{7} + \frac{1}{7}.\frac{1}{8} + \frac{1}{8}.\frac{1}{9} + \frac{1}{9}.\frac{1}{10}$$

$$= \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}$$

$$= \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{2-1}{10} = -\frac{1}{10}$$

Bài tập 4:

a. Ta có: $A = 0 \Leftrightarrow m.\frac{5x+2}{8x-1} = 0$, với $m \in \mathbf{Z}$

$\Leftrightarrow 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{5}$.

Vậy với $x = -\frac{2}{5}$ thì $A = 0$, với $m \in \mathbf{Z}$.

b. Ta có: $A > 0 \Leftrightarrow m.\frac{5x+2}{8x-1} > 0$, $m \in \mathbf{Z}^+$

$\Leftrightarrow \frac{5x+2}{8x-1} > 0 \Leftrightarrow$ tử số và mẫu số phải cùng dấu.

Ta có hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: Nếu: $\begin{cases} 5x+2>0 \\ 8x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{2}{5} \\ x > \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{8}$.

Trường hợp 2: Nếu: $\begin{cases}5x+2<0\\8x-1<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<-\dfrac{2}{5}\\x<\dfrac{1}{8}\end{cases} \Leftrightarrow x<-\dfrac{2}{5}$.

Vậy, với $x > \dfrac{1}{8}$ hoặc $x < -\dfrac{2}{5}$ thì $A > 0$, với $m \in \mathbf{Z}^+$.

c. Ta có: $A > 0 \Leftrightarrow m.\dfrac{5x+2}{8x-1} > 0,\ m \in \mathbf{Z}^- \Leftrightarrow \dfrac{5x+2}{8x-1} < 0$

$\Leftrightarrow$ tử số và mẫu số phải khác dấu. Ta có hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: Nếu: $\begin{cases}5x+2>0\\8x-1<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>-\dfrac{2}{5}\\x<\dfrac{1}{8}\end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{2}{5}<x<\dfrac{1}{8}$.

Vậy với $-\dfrac{2}{5} < x < \dfrac{1}{8}$ thì $A > 0$, với $m \in \mathbf{Z}^+$.

Vô lý, do không có số x nào thỏa mãn $-\dfrac{2}{5} < x < \dfrac{1}{8}$.

Trường hợp 2: Nếu: $\begin{cases}5x+2<0\\8x-1>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<-\dfrac{2}{5}\\x>\dfrac{1}{8}\end{cases}$.

Vô lý, do không có số x nào thỏa mãn $x < -\dfrac{2}{5}$ và $x > \dfrac{1}{8}$.

Bài tập 5: Bạn Việt đi quãng đường AC hết:

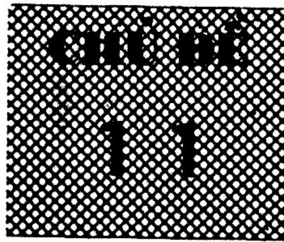
$$8h10ph - 7h40ph = 30ph = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} \text{ (giờ)}.$$

Do đó, quãng đường AC dài: $12 . \dfrac{1}{2} = 6$ (km).

Bạn Nam đi quãng đường BC hết: $8h10ph - 7h50ph = 20ph = \dfrac{20}{60} = \dfrac{1}{3}$ (giờ).

Do đó, quãng đường AC dài: $15.\dfrac{1}{3} = 5$ (km).

Vậy, quãng đường AB dài: $6 + 5 = 11$ (km)



TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÉP NHÂN PHÂN SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. CÁC TÍNH CHẤT

Phép nhân các phân số có một số tính chất cơ bản sau:

Tính chất 1: (***Tính chất giao hoán***) Với mọi phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$, ta có:

$$\frac{a}{b}.\frac{c}{d}=\frac{c}{d}.\frac{a}{b}.$$

Tính chất 2: (***Tính chất kết hợp***) Với mọi phân số $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ và $\frac{p}{q}$, ta có:

$$\left(\frac{a}{b}.\frac{c}{d}\right).\frac{p}{q}=\frac{a}{b}.\left(\frac{c}{d}.\frac{p}{q}\right).$$

Tính chất 3: (***Nhân với số 1***) Với mọi phân số $\frac{a}{b}$, ta có:

$$\frac{a}{b}.1=1.\frac{a}{b}=\frac{a}{b}.$$

Tính chất 4: (***Tính chất phân phối giữa phép nhân và phép cộng***) Với mọi phân số $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ và $\frac{p}{q}$, ta có:

$$\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right).\frac{p}{q}=\frac{a}{b}.\frac{p}{q}+\frac{c}{d}.\frac{p}{q}.$$

Chú ý:

1. Các tính chất trên cũng được mở rộng cho trường hợp nhân nhiều phân số.
2. Tính chất phân phối giữa phép nhân và phép cộng cũng đúng với phép trừ.

Với mọi phân số $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ và $\frac{p}{q}$, ta có:

$$\left(\frac{a}{b}-\frac{c}{d}\right).\frac{p}{q}=\frac{a}{b}.\frac{p}{q}-\frac{c}{d}.\frac{p}{q}.$$

2. ÁP DỤNG

Việc áp dụng các tính chất cơ bản trên của phép cộng, trong nhiều trường hợp sẽ giúp chúng ta giảm được đáng kể độ phức tạp khi tính toán.

Thí dụ 1: Tính tích: $P = \frac{6}{13}.\frac{11}{36}.\frac{-13}{6}.(-72)$.

Giải

Sử dụng tính chất giao hoán và tính chất kết hợp, ta có:

$P = \frac{6}{13}.\frac{-13}{6}.\frac{11}{36}.(-72)$ - *Sử dụng tính chất giao hoán*

$= \left(\frac{6}{13}.\frac{-13}{6}\right).\left[\frac{11}{36}.(-72)\right]$ - *Sử dụng tính chất kết hợp*

$= -1.(-22) = 22.$

Nhận xét: Như vậy, trong quá trình tính toán, việc sử dụng tính chất giao hoán và tính chất kết hợp đã làm cho phép tính đơn giản hơn. Vì ta có thể đổi chỗ hoặc nhóm các số hạng với nhau một cách thích hợp.

Thí dụ 2: Tính giá trị biểu thức:

a. $A = \frac{8}{19}.\frac{7}{12} + \frac{8}{19}.\frac{5}{12} + \frac{11}{19}$.

b. $B = \left(\frac{-8}{9}\right).\left(\frac{-21}{17}\right).\left(\frac{18}{24}\right)$.

Giải

a. Sử dụng tính chất kết hợp, ta có:

$$A = \frac{8}{19}.\frac{7}{12} + \frac{8}{19}.\frac{5}{12} + \frac{11}{19} = \frac{8}{19}.\left(\frac{7}{12} + \frac{5}{12}\right) + \frac{11}{19}$$

$$= \frac{8}{19}.\frac{12}{12} + \frac{11}{19} = \frac{8}{19}.1 + \frac{11}{19} = \frac{8}{19} + \frac{11}{19} = \frac{19}{19} = 1.$$

b. Sử dụng tính chất giao hoán và tính chất kết hợp, ta có:

$$B = \left(\frac{-8}{9}\right).\left(\frac{-21}{17}\right).\left(\frac{18}{24}\right) = \left(\frac{-8}{9}.\frac{18}{24}\right).\left(\frac{-21}{17}\right)$$

$$= \left(\frac{(-1)8.2.9}{9.3.8}\right).\left(\frac{-21}{17}\right) = \left(\frac{(-1).2}{3}\right).\left(\frac{-21}{17}\right) = \frac{(-2).3.(-7)}{3.17} = \frac{14}{17}.$$

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Thực hiện phép tính: $A = \frac{2}{15}.\frac{3}{16} + \frac{2}{15}.\frac{5}{16} + \frac{2}{15}.\frac{10}{16}$.

Giải

Sử dụng tính chất kết hợp, ta có:

$$A = \frac{5}{23}.\frac{7}{20} + \frac{5}{23}.\frac{3}{20} + \frac{5}{23}.\frac{10}{20} = \frac{5}{23}.\left(\frac{7}{20} + \frac{3}{20} + \frac{10}{20}\right)$$

$$= \frac{5}{23}.\frac{7+3+10}{20} = \frac{5}{23}.\frac{20}{20} = \frac{5}{23}.$$

Ví dụ 2. Thực hiện phép tính: $A = \left(\frac{-7}{15}\right).\left(\frac{25}{17}\right).\left(\frac{-34}{35}\right).\left(\frac{15}{-14}\right).$

Giải

Sử dụng tính chất giao hoán và tính chất kết hợp, ta có:

$$A = \left(\frac{-7}{15}\right).\left(\frac{25}{17}\right).\left(\frac{-34}{35}\right).\left(\frac{15}{-14}\right) = \left(\frac{-7}{15}.\frac{15}{-14}\right).\left(\frac{25}{17}.\frac{-34}{35}\right)$$

$$= \left(\frac{(-7).15}{15.(-7).2}\right).\left(\frac{5.5(-2).17}{17.7.5}\right) = \frac{1}{.2}.\frac{5(-2)}{7} = \frac{(-1).5.2}{2.7} = \frac{-5}{7}.$$

Ví dụ 3. Tìm x, biết: $\left(x - \frac{19}{21}\right)\left(x - \frac{5}{8}\right) = 0.$

Giải

Ta có: $\left(x - \frac{19}{21}\right)\left(x - \frac{5}{8}\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - \frac{19}{21} = 0 \\ x - \frac{5}{8} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{19}{21} \\ x = \frac{5}{8} \end{array}\right.$.

Vậy, ta tìm được $x = \frac{19}{21}$ và $x = \frac{5}{8}$.

Ví dụ 4. Cho biểu thức: $A = a.\frac{1}{2} + a.\frac{1}{3} - a.\frac{1}{4}$.

Tính giá trị của biểu thức với $a = -\frac{4}{3}$.

Giải

Biến đổi A về dạng: $A = a\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = a.\frac{6+4-3}{12} = a.\frac{9}{12} = a.\frac{3}{4}$.

Khi đó, với $a = -\frac{4}{3}$, ta được: $A = -\frac{4}{3}.\frac{3}{4} = -1$. Vậy, với $a = -\frac{4}{3}$ ta được $A = -1$.

Nhận xét: Trong ví dụ trên, nếu không sử dụng tính chất kết hợp thì việc tính giá trị của A là tương đối phức tạp.

Ví dụ 5. Cho biểu thức: $A = \left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)...\left(1-\frac{1}{19}\right)\left(1-\frac{1}{20}\right)$.

So sánh A với $\frac{1}{21}$.

Giải

Ta có: $A = \frac{1}{2}.\frac{2}{3}.\frac{3}{4}...\frac{18}{19}.\frac{19}{20} = \frac{1}{20}$.

Xét hiệu: $\frac{1}{20} - \frac{1}{21} = \frac{21-20}{20.21} = \frac{1}{20.21} > 0$. Vậy, ta được $A > \frac{1}{21}$.

Ví dụ 6. Tính nhanh: $Q = \frac{4}{3.5} + \frac{4}{5.7} + \frac{4}{7.9} + ... + \frac{4}{97.99}$.

Giải

Nhận xét rằng: $\frac{2}{n(n+2)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}$.

Do đó: $Q = 2.\left(\frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} + ... + \frac{2}{97.99}\right)$

$$= 2.\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + ... + \frac{1}{97} - \frac{1}{99}\right)$$

$$= 2.\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{99}\right) = \frac{2(33-1)}{99} = \frac{64}{99}.$$

Ví dụ 7. Khai triển tích: $C = \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - 2\frac{a}{b}.\frac{b}{a}\right)\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2\frac{a}{b}.\frac{b}{a}\right)$.

Giải

Ta có: $C = \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - 2\frac{a}{b}.\frac{b}{a}\right)\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2\frac{a}{b}.\frac{b}{a}\right) = \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - 2\right)\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2\right)$

$$= \frac{a^2}{b^2}\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2\right) + \frac{b^2}{a^2}\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2\right) - 2\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2\right)$$

$$= \left(\frac{a^4}{b^4} + \frac{a^2b^2}{b^2a^2} + 2\frac{a^2}{b^2}\right) + \left(\frac{b^2a^2}{a^2b^2} + \frac{b^4}{a^4} + 2\frac{b^2}{a^2}\right) - \left(2\frac{a^2}{b^2} + 2\frac{b^2}{a^2} + 4\right)$$

$$= \frac{a^4}{b^4} + 1 + 2\frac{a^2}{b^2} + 1 + \frac{b^4}{a^4} + 2\frac{b^2}{a^2} - 2\frac{a^2}{b^2} - 2\frac{b^2}{a^2} - 4 = \frac{a^4}{b^4} + \frac{b^4}{a^4} - 2.$$

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu các tính chất cơ bản của phép nhân phân số.

Câu hỏi 2: Việc sử dụng các tính chất trên mang lại lợi ích gì ?

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Thực hiện phép tính:

a. $A = \frac{1^2}{1.2}.\frac{2^2}{2.3}.\frac{3^2}{3.4}.\frac{4^2}{4.5}.\frac{5^2}{5.6}$. b. $B = \frac{2^2}{1.3}.\frac{3^2}{2.4}.\frac{4^2}{3.5}.\frac{5^2}{4.6}$.

Bài tập 2. Thực hiện phép tính:

a. $A = \frac{5}{9}.\frac{7}{13} + \frac{5}{9}.\frac{9}{13} - \frac{5}{9}.\frac{3}{13}$.

b. $B = \left(\frac{1}{999} + \frac{1}{9999} + \frac{1}{99999}\right).\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right)$.

Bài tập 3. Thực hiện phép tính:

a. $A = \left(\frac{-18}{29}\right).\left(\frac{25}{42}\right).\left(\frac{-7}{5}\right).\left(\frac{29}{-27}\right)$ b. $B = \left(\frac{28}{51}\right).\left(\frac{-21}{16}\right).\left(\frac{102}{7}\right)$.

Bài tập 4. Tìm x, biết: $\left(x + \frac{9}{11}\right)\left(x - \frac{25}{31}\right) = 0$.

Bài tập 5. Cho biểu thức: $B = \left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{16}\right)...\left(1 - \frac{1}{81}\right)\left(1 - \frac{1}{100}\right)$.

So sánh B với $\frac{11}{19}$.

Bài tập 6. Đặt thành thừa số chung các biểu thức sau:

a. $A = a\frac{x}{y} + b\frac{x}{y} + c\frac{x}{y} - a\frac{y}{z} - b\frac{y}{z} - c\frac{y}{z} + a\frac{z}{x} + b\frac{z}{x} + c\frac{z}{x}$.

b. $B = a\frac{x}{y} + b\frac{y}{x} - a\frac{y}{x} - b\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$.

Bài tập 7. Khai triển tích:

a. $A = \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + \frac{a}{b}.\frac{b}{a}\right)$ b. $B = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$.

Bài tập 8. Tính tổng:

$$S = \frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \frac{1}{8.11} + \frac{1}{11.14} + ... + \frac{1}{97.100}.$$

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

a. Ta có ngay: $A = \frac{1}{2}.\frac{2}{3}.\frac{3}{4}.\frac{4}{5}.\frac{5}{6} = \frac{1}{6}$.

b. Ta có ngay: $B = \frac{2.3.4.5}{1.2.3.4}.\frac{2.3.4.5}{3.4.5.6} = \frac{5}{3}$.

Bài tập 2.

a. Sử dụng tính chất kết hợp, ta có:

$$A = \frac{5}{9}.\left(\frac{7}{13}+\frac{9}{13}-\frac{3}{13}\right) = \frac{5}{9}.\frac{7+9-3}{13} = \frac{5}{9}.1 = \frac{5}{9}.$$

b. Sử dụng tính chất kết hợp, ta có:

$$B = \left(\frac{1}{999}+\frac{1}{9999}+\frac{1}{99999}\right).\left[\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{12}\right]$$

$$= \left(\frac{1}{999}+\frac{1}{9999}+\frac{1}{99999}\right).\left(\frac{1}{12}-\frac{1}{12}\right) = 0.$$

Bài tập 3.

a. Sử dụng tính chất giao hoán và tính chất kết hợp, ta được:

$$A = \left(\frac{-18}{29}.\frac{29}{-27}\right).\left(\frac{25}{42}.\frac{-7}{5}\right) = \frac{(-2).9.29}{29.(-3).9}.\frac{5.5.(-1)7}{5.6.7}$$

$$= \frac{-2}{-3}.\frac{5.(-1)}{6} = \frac{2}{3}.\frac{(-5)}{6} = \frac{2(-5)}{2.3.3} = \frac{-5}{9}.$$

b. Sử dụng tính chất giao hoán và tính chất kết hợp, ta được:

$$B = \left(\frac{28}{51}.\frac{102}{7}\right).\left(\frac{-21}{16}\right) = \left(\frac{4.7}{51}.\frac{51.2}{7}\right).\left(\frac{-21}{16}\right)$$

$$= \frac{4.7.51.2}{51.7}.\frac{-21}{16} = \frac{4.2}{1}.\frac{-21}{4.4} = \frac{4.2.(-21)}{1.4} = \frac{4.(-21)}{1} = -42.$$

Bài tập 4. Ta có: $\left(x+\frac{9}{11}\right)\left(x-\frac{25}{31}\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\frac{9}{11}=0 \\ x-\frac{25}{31}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{9}{11} \\ x=\frac{25}{31} \end{array}\right.$.

Vậy, ta tìm được $x = -\frac{9}{11}$ và $x = \frac{25}{31}$.

Bài tập 5. Ta có:

$$B = \frac{3}{4}.\frac{8}{9}.\frac{15}{16}.\frac{24}{25}...\frac{80}{81}.\frac{99}{100} = \frac{3}{2^2}.\frac{2.4}{3^2}.\frac{3.5}{4^2}.\frac{4.6}{5^2}...\frac{8.10}{9^2}.\frac{9.11}{10^2}$$

$$= \frac{2.3^2.4^2.5^2...9^2.10.11}{2^2.3^2.4^2.5^2...9^2.10^2} = \frac{11}{20}.$$

Xét hiệu: $\frac{11}{20} - \frac{11}{19} = \frac{11.19 - 11.20}{20.19} = \frac{11.(19-20)}{20.19} = \frac{-11}{20.19} < 0.$

Vậy, ta được $B < \frac{11}{19}$.

Bài tập 6.

a. Ta có: $A = a\frac{x}{y} + b\frac{x}{y} + c\frac{x}{y} - a\frac{y}{z} - b\frac{y}{z} - c\frac{y}{z} + a\frac{z}{x} + b\frac{z}{x} + c\frac{z}{x}$

$$= \frac{x}{y}(a+b+c) - \frac{y}{z}(a+b+c) + \frac{z}{x}(a+b+c)$$

$$= (\frac{x}{y} - \frac{y}{z} + \frac{z}{x})(a+b+c).$$

b. Ta có: $B = a\frac{x}{y} + b\frac{y}{z} - a\frac{y}{z} - b\frac{x}{y} + \frac{y}{z} - \frac{x}{y}$

$$= a\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) - b\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) - \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) = \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)(a - b - 1).$$

Bài tập 7.

a. Ta có: $A = \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + \frac{a}{b}.\frac{b}{a}\right) = \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 1\right)$

$$= \frac{a}{b}\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 1\right) + \frac{b}{a}\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 1\right)$$

$$= \frac{a.a^2}{b.b^2} + \frac{a.b^2}{b.a^2} + \frac{a}{b} - \left(\frac{b.a^2}{a.b^2} + \frac{b.b^2}{a.a^2} + \frac{b}{a}\right)$$

$$= \frac{a^3}{b^3} + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} - \frac{a}{b} - \frac{b^3}{a^3} - \frac{b}{a} = \frac{a^3}{b^3} - \frac{b^3}{a^3}.$$

b. Ta có: $B = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) = \frac{a}{b}\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) + \frac{b}{a}\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$

$$= \frac{a.a}{b.b} - \frac{b.a}{a.b} + \frac{a.b}{b.a} - \frac{b.b}{a.a} = \frac{a^2}{b^2} - 1 + 1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{a^2}{b^2} - \frac{b^2}{a^2}.$$

Bài tập 8. Nhận thấy: $\frac{1}{k.}-\frac{1}{k+3}=\frac{3}{k.(k+3)}$ với $k \in \mathbf{N}^*$.

Suy ra, ta có: $\frac{3}{2.5}=\frac{1}{2}-\frac{1}{5}$;

$\frac{3}{5.8}=\frac{1}{5}-\frac{1}{8}$;

...

$\frac{3}{97.100}=\frac{1}{97}-\frac{1}{100}$.

Ta biến đổi S về dạng: $S=\frac{1}{3}\left(\frac{3}{2.5}+\frac{3}{5.8}+\frac{3}{8.11}+\frac{3}{11.14}+...+\frac{3}{97.100}\right)$.

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{8}+\frac{3}{8}-\frac{1}{11}+\frac{3}{11}-\frac{1}{14}+...+\frac{1}{97}-\frac{1}{100}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{100}\right)=\frac{1}{3}.\frac{50-1}{100}=\frac{49}{300}.$$



PHÉP CHIA PHÂN SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. SỐ NGHỊCH ĐẢO

Để làm quen với khái niệm số nghịch đảo, chúng ta xét thí dụ sau:

Thí dụ 1: Thực hiện phép tính:

a. $8.\frac{1}{8}$.   b. $\frac{4}{-9}.\frac{-9}{4}$.

Giải

a. Ta có: $8.\frac{1}{8} = \frac{8.1}{8} = \frac{8}{8} = 1$.

b. Ta có: $\frac{4}{-9}.\frac{-9}{4} = \frac{4.(-9)}{(-9).4} = \frac{-36}{-36} = 1$.

Khi đó, ta nói:

- $\frac{1}{8}$ là số nghịch đảo của số 8 và ngược lại 8 là số nghịch đảo của phân số $\frac{1}{8}$. Hai số 8 và $\frac{1}{8}$ là nghịch đảo của nhau.
- $\frac{4}{-9}$ là số nghịch đảo của số $\frac{-9}{4}$ và ngược lại $\frac{-9}{4}$ là số nghịch đảo của phân số $\frac{4}{-9}$. Hai số $\frac{4}{-9}$ và $\frac{-9}{4}$ là nghịch đảo của nhau.

Từ đó, ta có khái niệm " ***Số nghịch đảo*** " được định nghĩa như sau:

> *Hai số được gọi là nghịch đảo của nhau nếu chúng có tích bằng 1. Kí hiệu: số nghịch đảo của* $\frac{a}{b}$ là $\frac{b}{a}$ với $a \neq 0$, $b \neq 0$, ta có: $\frac{a}{b}.\frac{b}{a} = 1$.

Thí dụ 2: Từ định nghĩa trên ta thấy:

- Hai số n và $\frac{1}{n}$ (với $n \in \mathbf{Z}^*$) là nghịch đảo của nhau.
- Hai số $\frac{3}{2}$ và $\frac{2}{3}$ là nghịch đảo của nhau.
- Hai số $-\frac{8}{11}$ và $-\frac{11}{8}$ là nghịch đảo của nhau.

Chú ý: 1. Số 0 không có số nghịch đảo.
2. Số nghịch đảo của 1 và −1 là chính nó.

2. PHÉP CHIA PHÂN SỐ

Để xây dựng được quy tắc phép chia hai phân số, chúng ta sẽ bắt đầu với việc tính: $A = \frac{15}{8}.\frac{4}{5} = \frac{15.4}{8.5} = \frac{60}{40} = \frac{3}{2}$

$B = \frac{15}{8}:\frac{5}{4} = \frac{15:5}{8:4} = \frac{3}{2}$

Vậy, ta thấy: $A = B \Leftrightarrow \frac{15}{8}.\frac{4}{5} = \frac{15}{8}:\frac{5}{4}$.

Từ đó, ta có quy tắc sau:

> *Muốn chia hai phân số, ta nhân số bị chia với số nghịch đảo của số chia.*
>
> $$\frac{a}{b}:\frac{c}{d} = \frac{a}{b}.\frac{d}{c} = \frac{a.d}{b.c}, \text{ với } c \neq 0.$$

Thí dụ 3: Thực hiện phép chia:

a. $\frac{5}{6}:\frac{1}{2}$. b. $\frac{-3}{4}:(-7)$. c. $6:\frac{11}{5}$.

Giải

a. Ta viết: $\frac{5}{6}:\frac{1}{2} = \frac{5}{6}.\frac{2}{1} = \frac{5}{3}$.

b. Ta viết: $\frac{-3}{4}:(-7) = \frac{-3}{4}.\frac{1}{-7} = \frac{3}{28}$.

c. Ta viết: $6:\frac{11}{5} = 6.\frac{5}{11} = \frac{30}{11}$.

Nhận xét: 1. Các tính chất cơ bản của phép nhân các phân số cũng đúng với phép chia các phân số.

Thí dụ 4: Thực hiện phép tính: $A = \frac{5}{6}:\frac{17}{25} + \frac{5}{6}:\frac{9}{25} - \frac{5}{6}:\frac{1}{25}$

Giải

Sử dụng tính chất kết hợp, ta có:

$$A = \frac{5}{6}:\left(\frac{17}{25} + \frac{9}{25} - \frac{1}{25}\right) = \frac{5}{6}:\left(\frac{17+9-1}{25}\right) = \frac{5}{6}:\frac{25}{25} = \frac{5}{6}:1 = \frac{5}{6}.$$

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Tính giá trị của các biểu thức sau rồi tìm số nghịch đảo của các biểu thức đó:

a. $A = \frac{3}{5} - \frac{2}{7}$.

b. $B = \frac{4}{15} + \frac{12}{35}$.

c. $C = \frac{4}{5} - \frac{2}{49}.7$.

d. $D = -\frac{3}{8}\left(\frac{1}{5}.40\right)$.

Giải

a. Ta có: $A = \frac{3}{5} - \frac{2}{7} = \frac{3.7 - 2.5}{35} = \frac{21 - 10}{35} = \frac{11}{35}$.

Vậy, A có số nghịch đảo là $\frac{35}{11}$.

b. Ta có: $B = \frac{4}{15} + \frac{12}{35} = \frac{4.7 + 12.3}{3.5.7} = \frac{64}{105}$. Vậy, B có số nghịch đảo là $\frac{105}{64}$.

c. Ta có: $C = \frac{4}{5} - \frac{2}{49}.7 = \frac{4}{5} - \frac{2.7}{7.7} = \frac{4}{5} - \frac{2}{7} = \frac{4.7 - 2.5}{35} = \frac{18}{35}$.

Vậy, C có số nghịch đảo là $\frac{35}{18}$.

d. Ta có: $D = -\frac{3}{8}\left(\frac{1}{5}.40\right) = -\frac{3}{8}.\frac{40}{5} = -\frac{3}{8}.8 = -\frac{3.8}{8} = -3$.

Vậy, B có số nghịch đảo là $\frac{-1}{3}$ (hoặc viết $-\frac{1}{3}$ hoặc $\frac{1}{-3}$).

Ví dụ 2. Thực hiện phép tính:

a. $A = \left[\left(\frac{24}{35} - \frac{39}{70}\right) : \frac{27}{140}\right] : \left[\left(\frac{15}{28}.\frac{2}{17}\right) : \frac{15}{34}\right]$.

b. $B = \left[\frac{45}{26}.\left(\frac{7}{9} + \frac{21}{5}\right)\right] : \left[\left(\frac{23}{29} : \frac{-69}{58}\right).\frac{15}{22}\right] : \frac{112}{5}$.

Giải

a. Ta có: $A = \left[\left(\frac{24}{35} - \frac{39}{70}\right) : \frac{27}{140}\right] : \left[\left(\frac{15}{28}.\frac{2}{17}\right) : \frac{15}{34}\right]$

$$= \left(\frac{9}{70} : \frac{27}{140}\right) : \left(\frac{15}{14.17} : \frac{15}{34}\right) = \left(\frac{9}{70}.\frac{140}{27}\right) : \left(\frac{15}{14.17}.\frac{34}{15}\right)$$

$$= \frac{9.2.70}{70.3.9} : \frac{15.2.17}{14.17.15} = \frac{2}{3} : \frac{2}{14} = \frac{2}{3}.\frac{14}{2} = \frac{14}{3}.$$

b. Ta có: $B = \left[\frac{45}{26}.\left(\frac{7}{9}+\frac{21}{5}\right)\right]:\left[\left(\frac{23}{29}:\frac{-69}{58}\right).\frac{15}{22}\right]:\frac{112}{5}$

$= \left[\frac{45}{26}.\left(\frac{7.5+21.9}{45}\right)\right]:\left[-\left(\frac{23}{29}.\frac{58}{69}\right).\frac{15}{22}\right]:\frac{112}{5}$

$= \left[\frac{45}{26}.\frac{224}{45}\right]:\left[\left(-\frac{23.2.29}{29.3.23}\right).\frac{15}{22}\right]:\frac{112}{5}$

$= \left(\frac{45}{26}.\frac{224}{45}\right):\left(\frac{-2}{3}.\frac{15}{22}\right):\frac{112}{5}$

$= \left(\frac{45.2.112}{2.13.45}\right):\left(\frac{-2.3.5}{3.2.11}\right):\frac{112}{5} = \frac{112}{13}:\left(\frac{-5}{11}\right):\frac{112}{5}$

$= \frac{112}{13}.\left(\frac{-11}{5}\right):\frac{112}{5} = \frac{112.(-11)}{13.5}.\frac{5}{112} = \frac{-11}{13}.$

Ví dụ 3. Một người đi bộ từ điểm A đến điểm B mất 4 giờ với vận tốc 3km/h, nếu người đó đi xe đạp thì chỉ đi hết $\frac{3}{2}$ giờ đã tới B. Hỏi người đó đi xe đạp với vận tốc bao nhiêu ?

Giải

Quãng đường AB dài: 4.3 = 12 (km).

Nếu người đó đi xe đạp thì đi quãng đường AB hết 1 giờ.

Vậy, vận tốc của người đó đi xe đạp là: $12 : \frac{3}{2} = 12.\frac{2}{3} = 8$ (km/h).

Ví dụ 4. Tìm x biết:

a. $\frac{5}{7}.\frac{3x-8}{5} = \frac{35}{9}$.

b. $\frac{2}{9}.\frac{5x+1}{2} - \frac{1}{18} = \frac{5}{36}$.

Giải

a. Ta có: $\frac{5}{7}.\frac{3x-8}{5} = \frac{9}{35} \Leftrightarrow \frac{3x-8}{5} = \frac{9}{35}:\frac{5}{7} \Leftrightarrow \frac{3x-8}{5} = \frac{9}{35}.\frac{7}{5}$

$\Leftrightarrow \frac{3x-8}{5} = \frac{9}{5.5} \Leftrightarrow 3x-8 = \frac{9}{25}.5 \Leftrightarrow 3x-8 = \frac{9.5}{25}$

$\Leftrightarrow 3x-8 = \frac{9}{5} \Leftrightarrow 3x = \frac{9}{5}+8 \Leftrightarrow 3x = \frac{9+8.5}{5}$

$\Leftrightarrow 3x = \frac{49}{5} \Leftrightarrow x = \frac{49}{5}:3 \Leftrightarrow x = \frac{49}{5}.\frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{49}{15}$.

Vậy, ta tìm được $x = \frac{49}{15}$.

b. Ta có: $\frac{2}{9}.\frac{5x+1}{2}-\frac{1}{18}=\frac{5}{36} \Leftrightarrow \frac{2}{9}.\frac{5x+1}{2}=\frac{5}{36}+\frac{1}{18}$

$\Leftrightarrow \frac{2}{9}.\frac{5x+1}{2}=\frac{5+2.1}{36} \Leftrightarrow \frac{2}{9}.\frac{5x+1}{2}=\frac{7}{36}$

$\Leftrightarrow \frac{5x+1}{2}=\frac{7}{36}:\frac{2}{9} \Leftrightarrow \frac{5x+1}{2}=\frac{7}{36}.\frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{5x+1}{2}=\frac{7.9}{4.9.2}$

$\Leftrightarrow \frac{5x+1}{2}=\frac{7}{8} \Leftrightarrow 5x+1=\frac{7}{8}.2 \Leftrightarrow 5x+1=\frac{7.2}{8}$

$\Leftrightarrow 5x+1=\frac{7}{4} \Leftrightarrow 5x=\frac{7}{4}-1 \Leftrightarrow 5x=\frac{7-1.4}{4}$

$\Leftrightarrow 5x=\frac{3}{4} \Leftrightarrow x=\frac{3}{4}:5 \Leftrightarrow x=\frac{3}{4}.\frac{1}{5} \Leftrightarrow x=\frac{3}{20}$.

Vậy, ta tìm được $x=\frac{3}{20}$.

Ví dụ 5. Cho hai phân số $\frac{8}{15}$ và $\frac{18}{35}$. Tìm số lớn nhất sao cho khi chia mỗi phân số cho số này ta được kết quả là số nguyên.

Giải

Giả sử số lớn nhất phải tìm là $\frac{a}{b}$ với (a, b) = 1. Ta lần lượt xét:

- Ta có: $\frac{8}{15}:\frac{a}{b}=\frac{8}{15}.\frac{b}{a}=\frac{8b}{15a}$.

  Để $\frac{8b}{15a}$ là số nguyên điều kiện là $8b \vdots 15a$.

  Do (8, 15) = 1 nên phải có: $8 \vdots a$ và $b \vdots 15$. (1)

- Ta có: $\frac{18}{35}:\frac{a}{b}=\frac{18}{35}.\frac{b}{a}=\frac{18b}{35a}$.

  Để $\frac{18b}{35a}$ là số nguyên thì $18b \vdots 35a$.

  Do (18, 35) = 1 nên phải có: $18 \vdots a$ và $b \vdots 35$. (2)

  Từ (1) và (2), suy ra: a = ƯCLN(8, 18) $\Leftrightarrow$ a = 2;

  b = BCNN(15, 35) $\Leftrightarrow$ b = 105.

  Vậy, phân số cần tìm là $\frac{2}{105}$.

  Thật vậy: $\frac{8}{15}:\frac{2}{105}=28$ và $\frac{18}{35}:\frac{2}{105}=27$.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Nêu định nghĩa số nghịch đảo và cho ví dụ.

Câu hỏi 2: Số a bằng bao nhiêu, biết rằng $a = \frac{1}{a}$.

Câu hỏi 3: Phát biểu quy tắc chia hai phân số.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Tính giá trị của các biểu thức sau rồi tìm số nghịch đảo của các biểu thức đó:

a. $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$.

b. $B = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}.\frac{4}{5}$.

b. $C = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{2}{3} : \frac{4}{3}$.

d. $D = 3 : \frac{3}{4} - \frac{1}{4}.\frac{1}{3}$.

Bài tập 2. Tính tích sau rồi tìm số nghịch đảo của kết quả:

$$P = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right)\left(1 - \frac{1}{6}\right)\left(1 - \frac{1}{7}\right)\left(1 - \frac{1}{8}\right).$$

Bài tập 3. Tìm x, biết:

a. $\frac{6}{7}x = \frac{-5}{28}$.

b. $\frac{2}{5} + \frac{1}{4}x = \frac{-3}{10}$.

Bài tập 4. Cho phân số $\frac{a}{b}$ với a, b > 0. Chứng minh rằng: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$.

Bài tập 5. Hai người đang cùng thực hiện một công việc. Sau khi hoàn thành được $\frac{3}{5}$ công việc thì người thứ nhất nghỉ. Người thứ hai phải một mình hoàn thành nốt phần việc còn lại và mỗi giờ người đó làm được $\frac{1}{10}$ công việc. Hỏi sau bao lâu thì người thứ hai hoàn thành được công việc ?

Bài tập 6. Một ôtô đi quãng đường AB với vận tốc 40km/h. Khi đến B người đó nghỉ 1 giờ và quay trở về A với vận tốc 50km/h. Thời gian cả đi lẫn về (kể cả thời gian nghỉ) là 5 giờ 30 phút. Hỏi:

a. Thời gian ôtô đi 1 km lúc đi ? Thời gian ôtô đi 1 km lúc về ?

b. Độ dài quãng đường AB.

Bài tập 7. Viết phân số $\frac{8}{15}$ dưới dạng thương của hai phân số có tử và mẫu là các số nguyên dương có một chữ số.

Bài tập 8. Cho hai phân số $\frac{4}{5}$ và $\frac{7}{15}$. Tìm số lớn nhất sao cho khi chia mỗi phân số cho số này ta được kết quả là số nguyên.

Bài tập 9. Tìm hai số, biết rằng $\frac{8}{11}$ của số này bằng $\frac{5}{9}$ của số kia và tổng của hai số bằng 254.

Bài tập 10. Có hai vòi nước cùng chảy vào một bể đã chứa $\frac{1}{3}$ bể nước. Nếu vòi thứ nhất chảy tiếp thì sau 2 giờ thì đầy bể và vòi thứ hai chảy tiếp thì sau 3 giờ thì đầy bể. Hỏi:

a. Trong một giờ mỗi vòi chảy được một lượng nước bằng mấy phần bể ?

b. Trong một giờ cả hai vòi cùng chảy thì được một lượng nước bằng mấy phần bể ?

V. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1:

a. 12. b. $\frac{30}{31}$. c. $\frac{4}{7}$. d. $\frac{12}{47}$.

Bài tập 2: Ta có: $P = \frac{1}{8} \Rightarrow$ số nghịch đảo bằng 8.

Bài tập 3:

a. Ta có: $\frac{6}{7}x = \frac{-5}{28} \Leftrightarrow x = \frac{-5}{28} : \frac{6}{7} \Leftrightarrow x = \frac{-5}{28}.\frac{7}{6} \Leftrightarrow x = \frac{-5}{24}$.

Vậy, ta tìm được $x = \frac{-5}{24}$.

b. Ta có: $\frac{2}{5} + \frac{1}{4}x = \frac{-3}{10} \Leftrightarrow \frac{1}{4}x = \frac{-3}{10} - \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{4}x = \frac{-3-2.2}{10}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x = \frac{-7}{10} \Leftrightarrow x = \frac{-7}{10} : \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-7}{10}.4 \Leftrightarrow x = \frac{-14}{5}$.

Vậy, ta tìm được $x = \frac{-14}{5}$.

Bài tập 4: Giả sử $a \geq b$. Suy ra: $a = b + m$, với $m \geq 0$.

Ta có: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{b+m}{b} + \frac{b}{b+m} = 1 + \frac{m}{b} + \frac{b}{b+m}$ (1)

Lại có: $\frac{m}{b} \geq \frac{m}{b+m} \Leftrightarrow 1 + \frac{m}{b} + \frac{b}{b+m} \geq 1 + \frac{m}{b+m} + \frac{b}{b+m}$

$$\Leftrightarrow 1+\frac{m}{b}+\frac{b}{b+m}\geq 1+\frac{m+b}{b+m} \Leftrightarrow 1+\frac{m}{b}+\frac{b}{b+m}\geq 1+1$$

$$\Leftrightarrow 1+\frac{m}{b}+\frac{b}{b+m}\geq 2 \qquad (2)$$

Vậy, từ (1) và (2) suy ra: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$ – đpcm.

Bài tập 5: Số công việc người thứ hai phải hoàn thành nốt là: $1-\frac{3}{5}=\frac{5-3}{5}=\frac{2}{5}$.

Mỗi giờ người đó lãm được $\frac{1}{10}$ công việc. Vậy, phần việc còn lại người đó phải làm trong: $\frac{2}{5}:\frac{1}{10}=\frac{2}{5}.10=4$ (giờ).

Bài tập 6:

a. Lúc đi, ôtô đi với vận tốc 40km/h, tức là: 40km ôtô đi trong 1 giờ.

Suy ra, 1km ôtô đi trong vòng $\frac{1}{40}$ (giờ).

Lúc về, ôtô đi với vận tốc 50km/h, tức là: 50km ôtô đi trong 1 giờ.

Suy ra, 1km ôtô đi trong vòng $\frac{1}{50}$ (giờ).

b. Giả sử quãng đường AB dài a km (a > 0). Khi đó:

- Thời gian ôtô đi từ A đến B là: $\frac{a}{40}$ (giờ).
- Thời gian ôtô đi từ B về A là: $\frac{a}{50}$ (giờ).

Mà, khi đến B người đó nghỉ 1 giờ và thời gian cả đi lẫn về (kể cả thời gian nghỉ) là: 5 giờ 30 phút = $5+\frac{30}{60}=5+\frac{1}{2}$ (giờ). Vậy, ta có:

$$\frac{a}{40}+\frac{a}{50}+1=5+\frac{1}{2}\Leftrightarrow \frac{a}{40}+\frac{a}{50}=4+\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5a+4a}{200}=\frac{9}{2}\Leftrightarrow \frac{9a}{200}=\frac{900}{200}\Leftrightarrow 9a=900\Leftrightarrow a=100.$$

Vậy, quãng đường AB dài 100km.

Bài tập 7: Ta có:

$$\frac{8}{15}=\frac{2.4}{3.5}=\frac{2}{3}:\frac{5}{4}=\frac{2}{5}:\frac{3}{4}=\frac{4}{5}:\frac{3}{2}=\frac{4}{3}:\frac{5}{2}.$$

Bài tập 8: Giả sử số lớn nhất phải tìm là: $\frac{a}{b}$ với (a, b) = 1.

Ta có: $\frac{4}{5}:\frac{a}{b}=\frac{4}{5}.\frac{b}{a}=\frac{4b}{5a}$. Để $\frac{4b}{5a}$ là số nguyên thì 4b ⋮ 5a.

Mà (4, 5) = 1. Suy ra, phải có: 4 ⋮ a và b ⋮ 5. (1)

Tương tự, ta lại có: $\frac{7}{15}:\frac{a}{b}=\frac{7}{15}.\frac{b}{a}=\frac{7b}{15a}$

Để $\frac{7b}{15a}$ là số nguyên thì 7b ⋮ 15a.

Mà (7, 15) = 1. Suy ra, phải có: 7 ⋮ a và b ⋮ 15. (2)

Từ (1) và (2), suy ra: a = ƯCLN(4, 7) ⇔ a = 1;

b = BCNN(5 và 15) ⇔ b = 15.

Vậy, phân số cần tìm là $\frac{1}{15}$.

Thật vậy: $\frac{4}{5}:\frac{1}{15}=\frac{4}{5}.15=12$ và $\frac{7}{15}:\frac{1}{15}=\frac{7}{15}.15=7$.

Bài tập 9: Giả sử hai số phải tìm là a và b. Ta có:

- $\frac{8}{11}$ của số này bằng $\frac{5}{9}$ của số kia nên: $\frac{8}{11}a=\frac{5}{9}b$ (1)
- và tổng của hai số bằng 245 nên: a + b = 254 ⇔ a = 254 – b (2)

Thay (2) vào (1), ta được:

$$\frac{8}{11}a=\frac{5}{9}b \Leftrightarrow \frac{8(254-b)}{11}=\frac{5b}{9} \Leftrightarrow \frac{8.9(254-b)}{99}=\frac{5.11b}{99}$$

$$\Leftrightarrow 72(254-b)=55b \Leftrightarrow 72.254-72b=55b \Leftrightarrow 55b+72b=18288$$

$$\Leftrightarrow 127b=18288 \Leftrightarrow b=18288:127 \Leftrightarrow b=144.$$

Với b = 144, suy ra a = 110. Vậy, hai số phải tìm là 110 là 144.

Bài tập 10:

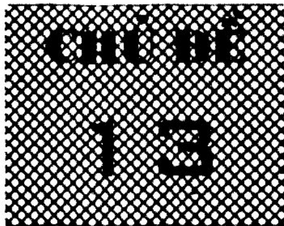
a. Phần bể còn lại chưa chứa nước chiếm: $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ (bể).

Nếu vòi thứ nhất chảy tiếp thì sau 2 giờ thì đầy bể. Do đó, một giờ vòi thứ nhất chảy được: $\frac{2}{3}:2=\frac{1}{3}$ (bể).

Nếu vòi thứ hai chảy tiếp thì sau 3 giờ thì đầy bể Do đó, một giờ vòi thứ hai chảy được: $\frac{2}{3}:3=\frac{2}{9}$ (bể).

b. Trong một giờ cả hai vòi cùng chảy thì được một lượng nước bằng:

$\frac{1}{3}+\frac{2}{9}=\frac{5}{9}$ (bể).



HỖN SỐ - SỐ THẬP PHÂN PHẦN TRĂM

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. HỖN SỐ

Ta đã được làm quen với việc chuyển một phân số thành hỗn số, cụ thể với phân số $\frac{5}{3}$, ta đặt phép chia:

$$\begin{array}{c|c} 5 & 3 \\ \hline 2 & 1 \end{array} \Rightarrow \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$$ (đọc là *một hai phần ba*).

(*Loại bỏ dấu " + "*)

Như vậy, ta có quy tắc:

Quy tắc: Để viết một phân số $\frac{a}{b}$ (với $0 < b < a$) dưới dạng hỗn số, ta thực hiện theo các bước:

Bước 1: Thực hiện phép chia a cho b để nhận được thương c và phần dư d.

Bước 2: Khi đó: $\frac{a}{b} = c + \frac{d}{b} = c\frac{d}{b}$ - đọc là *c d phần b*.

Thí dụ 1: Viết các phân số sau dưới dạng hỗn số:

a. $\frac{16}{5}$. b. $\frac{19}{8}$.

Giải

a. Thực hiện phép chia 16 cho 5 ta được thương bằng 3 và phần dư bằng 1, khi đó: $\frac{16}{5} = 3 + \frac{1}{5} = 3\frac{1}{5}$.

b. Thực hiện phép chia 19 cho 8 ta được thương bằng 2 và phần dư bằng 3, khi đó: $\frac{19}{8} = 2 + \frac{3}{8} = 2\frac{3}{8}$.

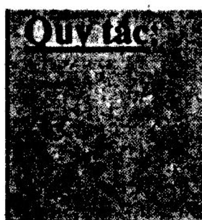
Nhận xét: Một phân số không phải là phân số thực sự thì luôn biểu diễn được dưới dạng hỗn số.

Tới đây, hẳn chúng ta đã nắm được cách chuyển một phân số dương về dạng hỗn số. Một câu hỏi thường được đặt ra rất tự nhiên là " *Muốn chuyển hỗn số về dạng phân số phải thực hiện như thế nào ?* ". Để trả lời hãy xem minh hoạ dưới đây:

Chèm thêm dấu " + "

$$2\frac{3}{8} = 2 + \frac{3}{8} = \frac{19}{8}$$ → *Thực hiện phép cộng phân số*

Như vậy, ta có quy tắc:



Để viết một hỗn số $c\frac{a}{b}$ (với a, b, c nguyên dương) dưới dạng phân số, ta thực hiện như sau: $c\frac{a}{b} = c + \frac{a}{b} = \frac{cb + a}{b}$.

Thí dụ 2: Viết các hỗn số sau dưới dạng phân số:

a. $3\frac{2}{7}$. b. $6\frac{7}{8}$.

Giải

a. Ta có: $3\frac{2}{7} = \frac{3.7 + 2}{7} = \frac{23}{7}$.

b. Ta có: $6\frac{7}{8} = \frac{6.8 + 7}{8} = \frac{55}{8}$.



Một hỗn số luôn biểu diễn được dưới dạng một phân số.

Tới đây, chúng ta đã biết thêm được cách chuyển một hỗn số về dạng phân số. Tuy nhiên, chúng ta mới chỉ xét tới các phân số dương trong khi chúng ta đều biết rằng $-\frac{7}{2}$ cũng là phân số và một câu hỏi lại được đặt ra rất tự nhiên là "*Muốn chuyển phân số âm về dạng hỗn số phải thực hiện như thế nào ?* ". Ta có quy tắc sau:



Khi viết một phân số âm dưới dạng một hỗn số, ta thực hiện như sau:

1. Viết số đối của nó dưới dạng hỗn số.
2. Đặt dấu " - " trước kết quả vừa nhận được.

Như vậy, số đối của hỗn số $-1\frac{3}{4}$ là $1\frac{3}{4}$.

Thí dụ 3: Viết các phân số sau dưới dạng hỗn số:

a. $\frac{-7}{4}$. b. $\frac{11}{-6}$.

Giải

a. Ta biến đổi: $\frac{-7}{4} = -\frac{7}{4} = -\left(1 + \frac{3}{4}\right) = -1\frac{3}{4}$.

b. Ta biến đổi: $\frac{11}{-6} = -\frac{11}{6} = -\left(1 + \frac{5}{6}\right) = -1\frac{5}{6}$.



Cách chuyển một hỗn số âm về dạng phân số được minh hoạ bởi thí dụ sau.

Thí dụ 4: Viết các hỗn số sau dưới dạng phân số:

a. $-6\frac{1}{4}$. b. $-8\frac{2}{3}$.

Giải

a. Ta có: $-6\frac{1}{4} = -\frac{6.4+1}{4} = -\frac{25}{4}$.

b. Ta có: $-8\frac{2}{3} = -\frac{8.3+2}{3} = \frac{26}{3}$.

2. SỐ THẬP PHÂN

Nhận xét rằng: $\frac{6}{10} = \frac{6}{10^1}$; $\frac{-128}{100} = \frac{-128}{10^2}$; $\frac{81}{1000} = \frac{81}{10^3}$ ...

Các phân số có dạng như trên được gọi là ***phân số thập phân***.

Từ đó, ta có định nghĩa:

> ***Phân số thập phân là phân số có mẫu là lũy thừa của 10.***

Các phân số thập phân ở trên có thể viết dưới dạng ***số thập phân*** như sau:

$$\frac{6}{10} = 0,6, \quad \frac{-128}{100} = -1,28, \quad \frac{81}{1000} = 0,081; \ \dots$$

Vậy:

> ***Số thập phân gồm hai phần:***
>
> 1. ***Phần số nguyên là phần viết bên trái dấu phẩy;***
> 2. ***Phần số thập phân là phần viết bên phải dấu phẩy.***
>
> ***Số chữ số thập phân bằng đúng số chữ số 0 ở mẫu của phân số thập phân.***

3. PHẦN TRĂM

Những phân số có tử dương và mẫu bằng 100 còn được viết dưới dạng phần trăm. Kí hiệu: %

Thí dụ 5: Ta có: $\frac{8}{100} = 8\%$; $\frac{90}{100} = 90\%$; $\frac{256}{100} = 256\%$.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Viết các số đo thời gian sau đây dưới dạng hỗn số và phân số với đơn vị là giờ: 5 giờ 20 phút ; 8 giờ 15 phút ; 2 giờ 12 phút ; 1 giờ 10 phút.

Giải

Ta có: 5 giờ 20 phút $= 5\frac{20}{60}$ (giờ) $= 5\frac{1}{3}$ (giờ) $= \frac{16}{3}$ (giờ);

8 giờ 15 phút $= 8\frac{15}{60}$ (giờ) $= 8\frac{1}{4}$ (giờ) $= \frac{33}{4}$ (giờ);

2 giờ 12 phút $= 2\frac{12}{60}$ (giờ) $= 2\frac{1}{5}$ (giờ) $= \frac{11}{5}$ (giờ);

1 giờ 10 phút $= 1\frac{10}{60}$ (giờ) $= 1\frac{1}{6}$ (giờ) $= \frac{7}{6}$ (giờ).

Ví dụ 2. Thực hiện phép tính:

a. $A = 4\frac{5}{2} - \left(1\frac{11}{18} + 3\frac{8}{9}\right)$.

b. $B = 9\frac{1}{4}.\frac{1}{3} - \left(6\frac{1}{8} - 3\frac{1}{12}\right)$.

Giải

a. Ta có: $A = 4\frac{5}{2} - \left(1\frac{11}{18} + 3\frac{8}{9}\right) = 4 + \frac{5}{2} - \left(1 + \frac{11}{18} + 3 + \frac{8}{9}\right)$

$$= 4 + \frac{5}{8} - 1 - \frac{11}{18} - 3 - \frac{8}{9} = \frac{5}{2} - \frac{11}{18} - \frac{8}{9} = \frac{5.9 - 11 - 8.2}{18} = \frac{18}{18} = 1.$$

b. Ta có: $B = 9\frac{1}{4}.\frac{1}{3} - \left(6\frac{1}{8} - 3\frac{1}{12}\right) = \left(9 + \frac{1}{4}\right).\frac{1}{3} - \left(6 + \frac{1}{8} - 3 + \frac{1}{12}\right)$

$$= 9.\frac{1}{3} + \frac{1}{4}.\frac{1}{3} - \left(3 + \frac{1}{8} + \frac{1}{12}\right) = 3 + \frac{1}{12} - \left(3 + \frac{1}{8} + \frac{1}{12}\right)$$

$$= 3 + \frac{1}{12} - 3 - \frac{1}{8} - \frac{5}{7} = \frac{1}{12} - \frac{1}{8} - \frac{1}{12} = -\frac{1}{8}.$$

Ví dụ 3. Viết các phân số sau dưới dạng số thập phân:

a. $\frac{21}{9}$. b. $\frac{121}{54}$. c. $\frac{123}{999}$.

Giải

a. Ta có: $\frac{21}{9} \approx 2,33333...$ Vậy, ta có thể viết: $\frac{21}{9} = 2,(3)$.

b. Ta có: $\frac{121}{54} \approx 2,2407407...$ Vậy, ta có thể viết: $\frac{121}{54} = 2,2(407)$.

c. Ta có: $\frac{123}{999} \approx 0,123123...$ Vậy, ta có thể viết: $\frac{123}{999} = 0,(123)$.

Tổng quát:

$$0,(a) = \frac{a}{9}\ ;\ 0,(ab) = \frac{\overline{ab}}{99}\ ;\ 0,(abc) = \frac{\overline{abc}}{999}\ ;\ 0,(abcd) = \frac{\overline{abcd}}{9999}.$$

$$0,a(bc) = \frac{\overline{abc} - a}{990}\ ;\ 0,ab(cde) = \frac{\overline{abcde} - \overline{ab}}{99900}.$$

Ví dụ 4. Viết các số thập phân sau thành các phân số :

a. 2,35. b. 1,(18). c. 1,2(93).

Giải

a. Ta có: $2,35 = \frac{235}{100} = \frac{47}{20}$.

b. Ta có: $1,(18) = 1\frac{18}{99} = 1\frac{2}{11} = \frac{13}{11}$.

c. Ta có: $1,2(93) = 1\frac{293-2}{990} = 1\frac{291}{990} = \frac{1281}{990}$.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Nêu quy tắc để viết một phân số $\frac{a}{b}$ (với $0 < b < a$) dưới dạng hỗn số và ngược lại.

Câu hỏi 2: Nêu quy tắc để viết một phân số âm dưới dạng hỗn số và ngược lại.

Câu hỏi 3: Phát biểu định nghĩa phân số thập phân và cho ví dụ.

Câu hỏi 4: Phát biểu định nghĩa số thập phân và cho ví dụ.

Câu hỏi 5: Phần trăm là gì ? Cho ví dụ.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Viết các phân số sau dưới dạng số thập phân:

a. $\frac{1}{9}$. b. $\frac{12}{99}$. c. $\frac{123}{999}$. d. $\frac{1234}{9999}$.

Bài tập 2. Viết các phân số sau dưới dạng số thập phân:

a. $\frac{-8}{9}$. b. $\frac{1}{125}$. c. $\frac{3}{80}$. d. $\frac{-4}{15}$.

e. $\frac{5}{27}$. f. $\frac{13}{14}$.

Bài tập 3. Viết các phân số sau dưới dạng hỗn số:

a. $\frac{18}{7}$. b. $\frac{201}{125}$. c. $\frac{-27}{8}$. d. $\frac{15}{-4}$.

Bài tập 4. Viết các số thập phân sau dưới dạng phân số tối giản:

0,(8) ; 1,(25) ; −2,(38) ; 0,21(321) ; 0,(8218).

Bài tập 5. Tính: a. $A = 2\frac{1}{3} + (-0{,}25) + \frac{3}{8} - 2{,}15 + \frac{1}{12} + (-5{,}1)$.

b. $B = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + ... + \frac{1}{30.31}$.

Bài tập 6. Một người đi xe máy từ điểm A đến điểm B với vận tốc $35\frac{1}{5}$ km/h thì mất 2,5 giờ. Lúc về, một giờ người đó đi nhanh hơn lúc đi 4,8km/h. Hỏi người đó phải mất bao nhiêu thời gian để về đến A.

V. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1:

a. Ta có: $\frac{1}{9} = 0{,}1111... = 0{,}(1)$,

b. Ta có: $\frac{12}{99} = 0{,}121212... = 1{,}(12)$,

c. Ta có: $\frac{123}{999} = 0{,}123123... = 0{,}(123)$,

d. Ta có: $\frac{1234}{9999} = 0{,}12341234... = 0{,}(1234)$.

Bài tập 2:

a. Ta có: $\frac{-8}{9} = -\,0{,}8888888... = -\,0{,}(8)$;

b. Ta có: $\frac{1}{125} = 0{,}008$;

c. Ta có: $\frac{3}{80} = 0{,}0375$;

d. Ta có: $\frac{-4}{15} = -\,0{,}266666... = 0{,}2(6)$;

e. Ta có: $\frac{5}{27} = 0{,}185185185... = 0{,}(185)$;

f. Ta có: $\frac{13}{14} = 0{,}9285714285714... = 0{,}9(285714)$.

Bài tập 3:

a. Ta có: $\frac{18}{7} = \frac{7.2+4}{7} = 2\frac{4}{7}$;

b. Ta có: $\frac{201}{125} = \frac{125+76}{125} = 1\frac{76}{125}$;

c. Ta có: $\frac{-27}{8} = \frac{(-3).8+3}{8} = -3\frac{3}{8}$;

d. Ta có: $\frac{15}{-4} = \frac{3.(-4)+3}{-4} = 3\frac{3}{-4} = -3\frac{3}{4}$.

Bài tập 4: Ta có: $0,(8) = \frac{8}{9}$, $1,(25) = 1\frac{25}{99} = \frac{124}{99}$, $-2,(38) = -2\frac{38}{99} = -\frac{236}{99}$,

$0,21(321) = \frac{21321-21}{99900} = \frac{71}{333}$, $0,(8218) = \frac{8218}{9999}$.

Bài tập 5:

a. Sử dụng tính chất giao hoán và kết hợp, ta có:

$A = \left(2\frac{1}{3} + \frac{3}{8} + \frac{1}{12}\right) - (0,25 + 2,15 + 5,1)$

$= 2 + \frac{1.8+3.4+1.2}{24} - 7,5 = \frac{22}{24} - \frac{55}{10} = \frac{11}{12} - \frac{11}{2} = \frac{11-11.6}{12} = -\frac{55}{12}$.

b. Ta có nhận xét: $\frac{1}{1} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = \frac{2}{1.3}$; $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{3.5}$,

$\frac{1}{5} - \frac{1}{7} = \frac{2}{5.7}$; ...; $\frac{1}{31} - \frac{1}{31} = \frac{2}{30.31}$,

Từ đó, ta biến đổi B như sau:

$B = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + ... + \frac{1}{30.31} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + ... + \frac{2}{30.31}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + ... + \frac{1}{30} - \frac{1}{31}\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{31}\right) = \frac{1}{2}.\frac{30}{31} = \frac{15}{31}$.

Bài tập 6:

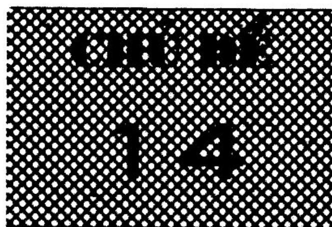
Lúc đi, người đi xe máy đi với vận tốc $35\frac{1}{5}$ km/h thì mất 2,5 giờ.

Suy ra, quãng đường AB dài: $35\frac{1}{5}.2,5 = 35,2.2,5 = 88$ (km).

Lúc về, một giờ người đó đi nhanh hơn lúc đi 4,8km/h.

Suy ra, vận tốc của người đó lúc về là: 35,2 + 4,8 = 40 (km/h).

Vậy, lúc về người đó đi hết: 88 : 40 = $2\frac{1}{5}$ (giờ) = 2 giờ 12 phút.



TÌM GIÁ TRỊ PHÂN SỐ CỦA MỘT SỐ CHO TRƯỚC

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. BÀI TOÁN

Lớp 6A có 50 học sinh. Trong đó, có $\frac{3}{5}$ số học sinh thích chơi đá bóng, 80% số học sinh thích chơi đá cầu, $\frac{7}{10}$ số học sinh thích chơi cầu lông. Hỏi lớp 6A có:

a. Bao nhiêu học sinh thích chơi đá bóng ?

b. Bao nhiêu học sinh thích chơi đá cầu ?

c. Bao nhiêu học sinh thích chơi cầu lông?

Giải

a. Trong 50 học sinh lớp 6A có $\frac{3}{5}$ số học sinh thích chơi đá bóng.

Vậy, để tính số học sinh thích chơi đá bóng ta lấy 50 chia cho 5 rồi nhân với 3 (hay lấy 50 nhân với $\frac{3}{5}$). Ta được: $50.\frac{3}{5} = 30$ (học sinh).

b. Trong 50 học sinh lớp 6A có 80% số học sinh thích chơi đá cầu.

Vậy, để tính số học sinh thích chơi đá cầu ta lấy 50 nhân với 80% (hay lấy 50 chia cho 100 rồi nhân với 80).

Ta được: $50.\frac{80}{100} = 40$ (học sinh)

c. Trong 50 học sinh lớp 6A có $\frac{7}{10}$ số học sinh thích chơi cầu lông.

Vậy, để tính số học sinh thích chơi cầu lông ta lấy 50 chia cho 10 rồi nhân với 6 (hay lấy 50 nhân với $\frac{7}{10}$). Ta được: $50.\frac{7}{10} = 35$ (học sinh).

2. QUY TẮC

Ta có quy tắc sau:

Muốn tìm $\frac{m}{n}$ của một phân số b cho trước, ta thực hiện phép tính: $b.\frac{m}{n}$ *(với $m, n \in N$ và $n \neq 0$).*

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Tìm:

a. $\frac{5}{8}$ của 45, b. $\frac{3}{7}$ của 490 000 đồng, c. $2\frac{1}{5}$ của $\frac{10}{9}$ kg.

Giải

a. Ta có, $\frac{5}{8}$ của 45 là: $45.\frac{5}{8} = \frac{45.5}{8} = 25$.

b. Ta có, $\frac{3}{7}$ của 490 000 đồng là: $490\,000 . \frac{3}{7} = 70\,000 . 3 = 210\,000$ (đồng)

c. Ta có, $2\frac{1}{5}$ của $\frac{10}{9}$ kg là: $\frac{10}{9} . 2\frac{1}{5} = \frac{10}{9} . \frac{11}{5} = \frac{10.11}{9.5} = \frac{22}{9} = 2\frac{4}{9}$ (kg).

Ví dụ 2. Một giờ có 60 phút. Hỏi:

a. $\frac{1}{10}$ giờ, b. $\frac{3}{4}$ giờ, c. $\frac{4}{5}$ giờ, d. $\frac{5}{12}$ giờ,

có bao nhiêu phút ?

Giải

a. Ta có: $\frac{1}{10}$ (giờ) = $\frac{60}{10}$ = 6 (phút).

b. Ta có: $\frac{3}{4}$ (giờ) = $60.\frac{3}{4}$ = 45 (phút).

c. Ta có: $\frac{4}{5}$ (giờ) = $60.\frac{4}{5}$ = 36 (phút).

d. Ta có: $\frac{5}{12}$ (giờ) = $60.\frac{5}{12}$ = 25 (phút).

Ví dụ 3. Trên đĩa có 30 quả cam. An ăn 30% số cam. Sau đó, Hoàng ăn $\frac{5}{7}$ số cam còn lại trên đĩa. Hỏi trên đĩa bây giờ còn bao nhiêu quả cam ?

Giải

An ăn 30% số cam, do đó số quả cam An ăn là: $30.30\% = 30.\frac{30}{100} = 9$ (quả).

Suy ra, số cam còn lại sau khi An ăn là: 30 – 9 = 21(quả).

Sau đó, Hoàng ăn $\frac{5}{7}$ số cam còn lại trên đĩa. Do đó, số cam Hoàng ăn là:

$21.\frac{5}{7} = 15$ (quả).

Vậy, số cam còn lại sau khi hai bạn ăn là: 30 – 9 – 15 = 6 (quả).

Ví dụ 4. Lớp 6A có 45 học sinh. Trong đợt tổng kết cuối năm, số học sinh giỏi chiếm $\frac{3}{9}$ số học sinh của cả lớp ; số học sinh khá chiếm $\frac{11}{15}$ số học sinh còn lại. Tính số học sinh trung bình của lớp 6A. Biết rằng không có học sinh nào bị xếp loại yếu kém.

Giải

Số học sinh giỏi chiếm $\frac{3}{9}$ số học sinh của cả lớp, do đó số học sinh giỏi của lớp 6A là: $45.\frac{3}{9} = 15$ (học sinh).

Suy ra, số học sinh khá và học sinh trung bình là: $45 - 15 = 30$ (học sinh).

Số học sinh khá chiếm $\frac{11}{15}$ số học sinh còn lại, do đó số học sinh khá của lớp 6A là: $30.\frac{11}{15} = 22$ (học sinh).

Vậy, số học sinh trung bình của lớp 6A là: $45 - 15 - 22 = 8$ (học sinh).

III. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Một giờ có 60 phút. Hỏi:

a. $\frac{8}{15}$ giờ; b. $\frac{11}{30}$ giờ; c. $1\frac{1}{60}$ giờ ; d. $1\frac{3}{20}$ giờ

có bao nhiêu phút ?

Bài tập 2. Dùng các số thập phân để biểu thị các số đo thời gian sau với số đo là giờ:

a. 2h15ph; b. 1h45ph; c. 0h30ph; d. 8h12ph.

có bao nhiêu phút ?

Bài tập 3. Một gói hàng nặng 3kg. Hỏi $\frac{3}{10}$ gói hàng nặng bao nhiêu gam ?

Bài tập 4. Lớp 6A có 50 học sinh. Trong đợt tổng kết cuối năm, số học sinh giỏi chiếm $\frac{3}{10}$ số học sinh của cả lớp ; số học sinh khá chiếm $\frac{5}{7}$ số học sinh còn lại. Tính số học sinh trung bình của lớp 6A. Biết rằng không có học sinh nào bị xếp loại yếu kém.

Bài tập 5. Bốn người công nhân lắp ráp được 100 chi tiết máy. Trong đó, người thứ nhất lắp được $\frac{1}{4}$ tổng số chi tiết máy, người thứ hai lắp được 0,4 lần tổng số

chi tiết máy, người thứ ba lắp được 15% tổng số chi tiết máy. Tính số chi tiết máy mà người thứ tư lắp được.

Bài tập 6. Ba thửa ruộngt hu hoạch được 1 tấn thóc. Trong đó, số thóc thu hoạch ở lần thứ nhất bằng $\frac{2}{5}$ tổng số thóc thu hoạch, lần thứ hai thu hoạch bằng 40% tổng số thóc. Tính số lượng thóc thu được ở lần thứ ba.

IV. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1:

a. Ta có: $\frac{8}{15}$ (giờ) = $60.\frac{8}{15}$ = 24 (phút).

b. Ta có: $\frac{11}{30}$ (giờ) = $60.\frac{11}{30}$ = 22 (phút).

c. Ta có: $1\frac{1}{60}$ (giờ) = $60.1\frac{1}{60} = 60.\frac{61}{60}$ = 61 (phút).

d. Ta có: $1\frac{3}{20}$ (giờ) = $60.1\frac{3}{20} = 60.\frac{23}{20}$ = 69 (phút).

Bài tập 2:

a. Ta có: 15 phút = $\frac{15}{60}$ = 0,25 giờ. Vậy, 2h15ph = 2,25 giờ.

b. Ta có: 45phút = $\frac{45}{60}$ (giờ) = 0,75 (giờ). Vậy, 1h45ph = 1,75 giờ.

c. Ta có: 30phút = $\frac{30}{60}$ (giờ) = 0,5 (giờ). Vậy, 0h30ph = 0,5giờ.

d. Ta có: 12phút = $\frac{12}{60}$ (giờ) = 0,2 (giờ). Vậy, 8h12ph = 8,2giờ.

Bài tập 3: Một gói hàng nặng 3kg = 3000g.

Vậy, $\frac{3}{10}$ gói hàng nặng: $3000.\frac{3}{10}$ = 900 g.

Bài tập 4: Số học sinh giỏi chiếm $\frac{3}{10}$ số học sinh của cả lớp, do đó số học sinh giỏi của lớp 6A là: $50.\frac{3}{10}$ = 15 (học sinh).

Suy ra, số học sinh khá và học sinh trung bình là: 50 – 15 = 35 (học sinh).

Số học sinh khá chiếm $\frac{11}{15}$ số học sinh còn lại, do đó số học sinh khá của lớp 6A là: $35.\frac{5}{7}$ = 25 (học sinh).

Vậy, số học sinh trung bình của lớp 6A là: 50 – 15 – 25 = 10 (học sinh).

Bài tập 5: Người thứ nhất lắp được $\frac{1}{4}$ tổng số chi tiết máy, do đó người này lắp được: $100.\frac{1}{4} = 25$ (chi tiết máy).

Người thứ hai lắp được 0,4 lần tổng số chi tiết máy, do đó người này lắp được:

$$100.\ 0,4 = 40 \text{ (chi tiết máy)}.$$

Người thứ ba lắp được 15% tổng số chi tiết máy, do đó người này lắp được:

$$100.15\% = 100.\frac{15}{100} = 15 \text{ (chi tiết máy)}.$$

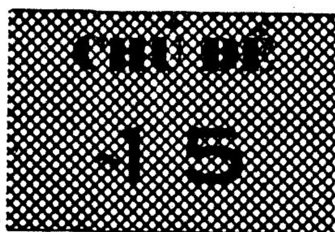
Vậy, người thứ tư lắp được: $100 - 25 - 40 - 15 = 20$ (chi tiết máy).

Bài tập 6: Thửa thứ nhất thu hoạch được $\frac{2}{5}$ tổng số thóc, do đó thửa này thu hoạch được: $1.\frac{2}{5} = 0,4$ (tấn).

Thửa thứ hai thu hoạch được 40% tổng số thóc, do đó thửa này thu hoạch được

$1 . 40\% = 0,25$ (tấn).

Vậy, thửa thứ tư thu hoạch được: $1 - 0,4 - 0,25 = 0,35$ (tấn).



TÌM MỘT SỐ BIẾT GIÁ TRỊ PHÂN SỐ CỦA NÓ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. BÀI TOÁN

Lớp 6A có 20 bạn là học sinh giỏi, chiếm $\frac{2}{5}$ số học sinh của lớp. Hỏi lớp 6A có bao nhiêu học sinh.

Giải

Giả sử số học sinh của lớp 6A là x ($x \in N^*$).

Biết, số học sinh giỏi chiếm $\frac{2}{5}$ số học sinh của lớp.

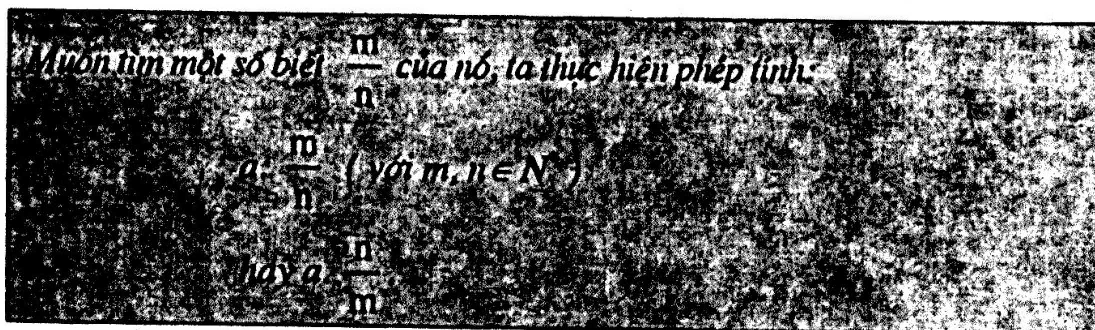
Vậy, số học sinh giỏi của lớp 6A là: $x \cdot \frac{2}{5}$ (học sinh)

Theo đề bài, lớp 6A có 20 học sinh giỏi nên ta có: $x \cdot \frac{2}{5} = 20$.

Suy ra: $x = 20 : \frac{2}{5} \Rightarrow x = 20 . \frac{2}{5} \Rightarrow x = 50$ (học sinh).

2. QUY TẮC

Ta có quy tắc sau:



Muốn tìm một số biết $\frac{m}{n}$ của nó, ta thực hiện phép tính:

$a : \frac{m}{n}$ *(với $m, n \in N^*$)*

hay $a . \frac{n}{m}$

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. $\frac{3}{5}$ quả dưa hấu nặng $2\frac{1}{3}$ kg. Hỏi quả dưa hấu nặng bao nhiêu kg ?

Giải

$\frac{3}{5}$ quả dưa hấu nặng $2\frac{1}{3}$ kg. Vậy, quả dưa hấu nặng:

$$2\frac{1}{3} : \frac{3}{5} = \frac{7}{3} . \frac{5}{3} = \frac{35}{9} = 3\frac{8}{9} \text{ (kg)}.$$

Ví dụ 2. Hai lớp 6A và 6B có tất cả 102 học sinh. Biết rằng $\frac{2}{3}$ số học sinh lớp 6A bằng $\frac{3}{4}$ số học sinh lớp 6B. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh ?

Giải

Ta có thể sử dụng một trong hai cách sau:

Cách 1. Ta có: $\frac{2}{3}$ số học sinh lớp 6A bằng $\frac{3}{4}$ số học sinh lớp 6B.

Vậy, 1 học sinh lớp 6A thì bằng: $\frac{3}{4}:\frac{2}{3} = \frac{3}{4}.\frac{3}{2} = \frac{9}{8}$ học sinh lớp 6B.

(hay tổng số học sinh lớp 6A thì bằng $\frac{9}{8}$ tổng số học sinh lớp 6B).

Do đó, tổng số học sinh của cả hai lớp thì bằng:

$$\frac{9}{8} + 1 = \frac{17}{8} \text{ học sinh của lớp 6B.}$$

(hay số học sinh lớp 6B chiếm 1 phần thì số học sinh lớp 6A chiếm $\frac{9}{8}$ phần. Do đó, tổng số cả hai lớp có $\frac{17}{8}$ phần).

Mà số học sinh của cả hai lớp là 115. Suy ra, số học sinh lớp 6B là:

$$102: \frac{17}{8} = 102.\frac{8}{17} = 48 \text{ (học sinh).}$$

Vậy, số học sinh lớp 6A là: 102 – 48 = 54 (học sinh).

Cách 2. Giả sử số học sinh lớp 6A là a (a > 0). Ta có:

Tổng số học sinh của cả hai lớp 6A và 6B là 102 học sinh. Suy ra, số học sinh lớp 6B là: 102 – a (học sinh).

Mà $\frac{2}{3}$ số học sinh lớp 6A bằng $\frac{3}{4}$ số học sinh lớp 6B.

Vậy, ta có: $\frac{2}{3}a = \frac{3}{4}(102 - a)$

$$\Leftrightarrow \frac{2a}{3} = \frac{3(102-a)}{4} \Leftrightarrow \frac{4.2a}{12} = \frac{3.3(102-a)}{12}$$

$$\Leftrightarrow 8a = 918 - 9a \Leftrightarrow 17a = 918 \Leftrightarrow a = 54.$$

Vậy, lớp 6A có 54 học sinh và lớp 6B có 48 học sinh.

Ví dụ 3. Một người mang ra chợ một giỏ trái cây gồm 5 loại: cam, ổi, mận, xoài, na. Trong đó:

- Số cam chiếm $\frac{1}{2}$ số trái cây trong giỏ và vẫn còn thiếu nửa quả.
- Số ổi chiếm $\frac{1}{2}$ số trái cây còn lại trong giỏ và vẫn còn thiếu nửa quả.
- Số mận chiếm $\frac{1}{2}$ số trái cây còn lại trong giỏ và vẫn còn thiếu nửa quả.
- Số xoài chiếm $\frac{1}{2}$ số trái cây còn lại trong giỏ và vẫn còn thiếu nửa quả.
- Chỉ có 1 quả na.

Hỏi mỗi loại có bao nhiêu quả ?

Giải

Ta có thể sử dụng một trong hai cách sau:

Cách 1. Ta tính ngược từ dưới lên.

Trong giỏ trái cây chỉ có 1 quả na. Mà số xoài chiếm $\frac{1}{2}$ số trái cây gồm xoài và na trong giỏ và vẫn còn thiếu nửa quả. Do đó, $1\frac{1}{2}$ quả chính là $\frac{1}{2}$ số trái cây còn lại.

Vậy, số trái cây gồm xoài và na là: $1\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}.2 = 3$ (quả).

Suy ra, số xoài có trong giỏ là: $3 - 1 = 2$ (quả).

Số mận chiếm $\frac{1}{2}$ số trái cây gồm mận, xoài, na trong giỏ và vẫn còn thiếu nửa quả. Do đó, $3\frac{1}{2}$ quả chính là $\frac{1}{2}$ số trái cây còn lại.

Vậy, số trái cây gồm mận, xoài và na là: $3\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}.2 = 7$ (quả).

Suy ra, số mận có trong giỏ là: $7 - 3 = 4$ (quả).

Số ổi chiếm $\frac{1}{2}$ số trái cây gồm ổi, mận, xoài, na trong giỏ và vẫn còn thiếu nửa quả. Do đó, $7\frac{1}{2}$ quả chính là $\frac{1}{2}$ số trái cây còn lại.

Vậy, số trái cây gồm ổi, mận, xoài và na là: $7\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}.2 = 15$ (quả).

Suy ra, số ổi có trong giỏ là: $15 - 7 = 8$ (quả).

Số cam chiếm $\frac{1}{2}$ số trái cây gồm ổi, mận, xoài, na trong giỏ và vẫn còn thiếu nửa quả. Do đó, $15\frac{1}{2}$ quả chính là $\frac{1}{2}$ số trái cây còn lại.

Vậy, số trái cây gồm cam, ổi, mận, xoài và na là: $15\frac{1}{2}:\frac{1}{2} = 15\frac{1}{2}.2 = 31$ (quả).

Suy ra, số cam có trong giỏ là: $31 - 15 = 16$ (quả).

Cách 2. Giả sử tổng số trái cây có trong giỏ là a (a > 0). Ta có:

Số cam có trong giỏ là: $\frac{a}{2} + \frac{1}{2}$ (quả).

Vậy, số trái cây còn lại là: $a - (\frac{a}{2} + \frac{1}{2}) = \frac{a}{2} - \frac{1}{2}$.

Số ổi có trong giỏ là: $\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2} - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} = \frac{a}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{a}{4} + \frac{1}{4}$ (quả).

Vậy, số trái cây còn lại là: $\left(\frac{a}{2} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{a}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{a}{4} - \frac{3}{4}$ (quả).

Số mận có trong giỏ là: $\frac{1}{2}\left(\frac{a}{4} - \frac{3}{4}\right) + \frac{1}{2} = \frac{a}{8} + \frac{1}{8}$ (quả).

Vậy, số trái cây còn lại là: $\left(\frac{a}{4} - \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{a}{8} + \frac{1}{8}\right) = \frac{a}{8} - \frac{7}{8}$ (quả).

Số xoài có trong giỏ là: $\frac{1}{2}\left(\frac{a}{8} - \frac{7}{8}\right) + \frac{1}{2} = \frac{a}{16} + \frac{1}{16}$ (quả).

Vậy, số na có trong giỏ là: $\left(\frac{a}{8} - \frac{7}{8}\right) - \left(\frac{a}{16} + \frac{1}{16}\right) = \frac{a}{16} - \frac{15}{16}$ (quả).

Mà chỉ có một quả na trong giỏ, do đó: $\frac{a}{16} - \frac{15}{16} = 1 \Leftrightarrow a = 31$ (quả).

Vậy, trong giỏ có tất cả 31 quả gồm:

16 quả cam; 8 quả ổi; 4 quả mận; 2 quả xoài; 1 quả na.

III. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Cách đây 3 năm, $\frac{2}{5}$ số tuổi của Hùng là 4 tuổi. Hỏi hiện nay Hùng bao nhiêu tuổi ?

Bài tập 2. Một người mang một rổ cam đi bán. Sau khi bán được $\frac{5}{9}$ số cam và 6 quả thì còn lại 30 quả. Hỏi trong rổ có bao nhiêu quả cam ?

Bài tập 3. Bạn Hoa đọc một cuốn sách trong ba ngày. Ngày thứ nhất đọc được $\frac{1}{4}$ số trang. Ngày thứ hai đọc $\frac{5}{9}$ số trang còn lại. Ngày thứ ba đọc nốt 80 trang còn lại. Hỏi cuốn sách bạn Hoa đọc có bao nhiêu trang ?

Bài tập 4. Một tấm vải nếu bớt đi 9m thì còn lại $\frac{8}{11}$ tấm vải. Hỏi tấm vải dài bao nhiêu mét ?

Bài tập 5. Có hai ngăn đựng sách A và B. Tính số sách ở mỗi ngăn. Biết rằng số sách ở ngăn A bằng $\frac{5}{8}$ số sách ở ngăn B và nếu chuyển 15 quyển từ ngăn B sang ngăn A thì số sách ở ngăn A bằng $\frac{20}{19}$ số sách ở ngăn B.

Bài tập 6. Khối 6 của một trường THSC có 4 lớp. Trong đó, số học sinh lớp 6A bằng $\frac{4}{13}$ tổng số học sinh của ba lớp còn lại. Số học sinh lớp 6B bằng $\frac{5}{12}$ tổng số học sinh của ba lớp còn lại. Số học sinh lớp 6C bằng $\frac{24}{61}$ tổng số học sinh của ba lớp còn lại. Số học sinh lớp 6D là 32 học sinh. Hỏi tổng số học sinh khối 6 của trường đó ?

IV. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1: Cách đây 3 năm, $\frac{2}{5}$ số tuổi của Hùng là 4 tuổi. Số tuổi của Hùng lúc đó là: $4 : \frac{2}{5} = 4.\frac{5}{2} = 10$ (tuổi).

Vậy, hiện giờ tuổi của Hùng là: $10 + 3 = 13$ (tuổi).

Bài tập 2: Một người mang một rổ cam đi bán. Sau khi bán được $\frac{5}{9}$ số cam và 6 quả thì còn lại 30 quả. Do đó, 36 quả cam chiếm:

$$1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9} \text{ (tổng số cam trong rổ).}$$

Vậy, số cam có trong rổ bằng: $36 : \frac{4}{9} = 36.\frac{9}{4} = 81$ (quả).

Bài tập 3: Ta có thể sử dụng một trong hai cách sau:

Cách 1. Sử dụng phương pháp tính ngược từ dưới lên.

Ngày thứ hai, bạn Hoa đọc $\frac{5}{9}$ số trang còn lại và ngày thứ ba đọc nốt 80 trang cuối cùng. Do đó, 80 trang này chiếm: $1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ số trang còn lại sau ngày thứ nhất.

Suy ra, số trang còn lại sau ngày thứ nhất là: $80 : \frac{4}{9} = 80 . \frac{9}{4} = 180$ (trang)

Mà, ngày thứ nhất bạn Hoa đọc được $\frac{1}{4}$ tổng số trang trang sách. Do đó, số trang sách còn lại sau ngày thứ nhất chiếm $\frac{3}{4}$ tổng số trang.

Vậy, cuốn sách bạn Hoa đọc có: $180 : \frac{3}{4} = 180 . \frac{4}{3} = 240$ (trang).

Cách 2. Giả sử tổng số trang của cuốn sách là a (a > 0).

Ngày thứ nhất bạn Hoa đọc được: $\frac{a}{4}$ (trang).

Số trang còn lại sau ngày thứ nhất là: $a - \frac{a}{4} = \frac{3a}{4}$ (trang).

Ngày thứ hai bạn Hoa đọc được $\frac{5}{9}$ số trang còn lại: $\frac{3a}{4} . \frac{5}{9} = \frac{15a}{36}$ (trang).

Số trang còn lại sau ngày thứ hai là: $\frac{3a}{4} - \frac{15a}{36} = \frac{12a}{36} = \frac{a}{3}$ (trang).

Mà, ngày thứ ba bạn Hoa đọc nốt 80 trang còn lại.

Do đó: $\frac{a}{3} = 80 \Leftrightarrow a = 240$.

Vậy, cuốn sách có 240 trang.

Bài tập 4: Giả sử tấm vải dài a mét (a > 0).

Nếu bớt đi 9m thì còn lại $\frac{8}{11}$ tấm vải.

Do đó: $a - 9 = a . \frac{8}{11} \Leftrightarrow \frac{3a}{11} = 9 \Leftrightarrow a = 33$m.

Vậy, tấm vải dài 33m.

Bài tập 5: Ta có thể sử dụng một trong hai cách sau:

Cách 1. Sử dụng phương pháp sơ đồ đoạn thẳng.

Ban đầu, số sách ở ngăn A bằng $\frac{5}{8}$ số sách ở ngăn B.

Do đó, ta có sơ đồ sau: A |—|—|—|—|—|

B |—|—|—|—|—|—|—|—|

Suy ra, ban đầu số sách ở ngăn A bằng: $\frac{5}{8+5} = \frac{5}{13}$ tổng số sách.

Tương tự, lúc sau số sách ở ngăn A bằng : $\frac{20}{19+20} = \frac{20}{39}$ tổng số sách.

Sau khi chuyển 15 quyển từ ngăn B sang ngăn A thì 15 cuốn sách đó chiếm:

$$\frac{20}{39} - \frac{5}{13} = \frac{65}{507} \text{ tổng số sách.}$$

Vậy, tổng số sách ở hai ngăn là: $15 : \frac{65}{507} = 15.\frac{507}{65} = 117$ (cuốn).

Do đó, lúc đầu ngăn A có: $117.\frac{5}{13} = 45$ (cuốn),

ngăn B có: $117 - 45 = 72$ (cuốn).

Cách 2. Giả sử số sách lúc đầu ở ngăn B là a (a > 0).

Suy ra, số sách lúc đầu ở ngăn A là: $a\frac{5}{8}$.

Khi chuyển 15 quyển từ ngăn B sang ngăn A thì số sách ở ngăn A bằng $\frac{20}{19}$ số sách ở ngăn B. Do đó, ta có:

$$a\frac{5}{8} + 15 = (a - 15)\frac{20}{19} \Leftrightarrow \frac{5a + 120}{8} = \frac{20(a - 15)}{19}$$

$$\Leftrightarrow \frac{19(5a + 120)}{152} = \frac{8.20(a - 15)}{152} \Leftrightarrow 65a = 4680 \Leftrightarrow a = 72.$$

Vậy, lúc đầu ngăn B có 72 cuốn và ngăn A có: $72\frac{5}{8} = 45$ cuốn.

Bài tập 6: Số học sinh lớp 6A bằng $\frac{4}{13}$ tổng số học sinh của ba lớp còn lại.

Do đó, số học sinh lớp 6A bằng: $\frac{4}{13+4} = \frac{4}{17}$ tổng số học sinh của khối 6.

Số học sinh lớp 6B bằng $\frac{5}{12}$ tổng số học sinh của ba lớp còn lại. Do đó, số học sinh lớp 6A bằng: $\frac{5}{12+5} = \frac{5}{17}$ tổng số học sinh của khối 6.

Số học sinh lớp 6C bằng $\frac{24}{61}$ tổng số học sinh của ba lớp còn lại. Do đó, số học sinh lớp 6A bằng: $\frac{24}{61+24} = \frac{24}{85}$ tổng số học sinh của khối 6.

Suy ra tổng số học sinh của ba lớp 6A, 6B, 6C chiếm:

$$\frac{4}{17} + \frac{5}{17} + \frac{24}{85} = \frac{4.10 + 5.10 + 2.24}{170} = \frac{138}{170}$$ tổng số học sinh khối 6.

Số học sinh lớp 6D chiếm: $1 - \frac{138}{170} = \frac{32}{170}$ tổng số học sinh khối 6.

Vậy, số học sinh khối 6 là: $32 : \frac{32}{170} = 32 . \frac{170}{32} = 170$ (học sinh).



TÌM TỈ SỐ CỦA HAI SỐ

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. TỈ SỐ CỦA HAI SỐ

Ta có định nghĩa sau:

> *Thương trong phép chia số a cho số b ($b \neq 0$) gọi là tỉ số của hai số a và b.*

Thí dụ 1: Ta có: $3 : 4$; $0,6 : 1,8$; $\frac{1}{2} : \frac{4}{7}$; $-8\frac{1}{5} : 4$ là những tỉ số.

Nhận xét: Ta có một số nhận xét quan trọng sau:

1. Khi nói tỉ số $\frac{a}{b}$ thì a và b có thể là các số nguyên, phân số, hỗn số, …
2. Khi nói phân số $\frac{a}{b}$ thì cả a và b chỉ có thể là các số nguyên.

Thí dụ 2: Cho hai đoạn thẳng AB và CD. Biết AB = 5cm, CD = 4dm. Tìm tỉ số độ dài của đoạn thẳng AB và CD.

Giải

Ta có: AB = 5c; CD = 4dm = 40cm.

Vậy, tỉ số độ dài của đoạn thẳng AB và đoạn thẳng CD là: $\frac{AB}{CD} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$.

Chú ý: Khái niệm tỉ số thường được dùng khi nói về thương của hai đại lượng có cùng loại và cùng đơn vị đo.

Ở thí dụ trên, nếu đặt tỉ số: $\frac{AB}{CD} = \frac{5}{4} \Rightarrow AB > CD$

là hoàn toàn sai. Do đó, trước khi đặt tỉ số, ta phải quy các đại lượng về cùng một đơn vị đo.

2. TỈ SỐ PHẦN TRĂM

Trong chủ đề trước, chúng ta đã biết khải niệm phần trăm với kí hiệu %. Tiếp theo, chúng ta sẽ được làm quen với khái niệm "*Tỉ số phần trăm*".

Ta có, quy tắc tìm tỉ số phần trăm như sau:

Muốn tìm tỉ số phần trăm của hai số a và b, ta thực hiện như sau:

1. *Nhân a với 100 rồi chia cho b.*
2. *Viết kí hiệu % vào kết quả:* $\frac{a.100}{b}\%$.

Thí dụ 3: Tìm tỉ số phần trăm của hai số sau: 15,8 và 35

Giải

Tỉ số phần trăm của hai số 15,8 và 35 là: $\frac{15,8.100}{35}\% = 45,14\%$.

3. TỈ LỆ XÍCH

Định nghĩa:

Tỉ lệ xích T của một bản (hay bản đồ) là tỉ số khoảng cách a giữa hai điểm trên bản vẽ và khoảng cách b giữa hai điểm tương ứng trên thực tế.

$T = \frac{a}{b}$ *(a và b có cùng đơn vị do).*

Thí dụ 4: Nếu khoảng cách a trên bản đồ là 1cm thì khoảng cách b trên thực tế là 100m thì tỉ lệ xích T của bản đồ là: $T = \frac{1}{10000}$.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Một người đi bộ một phút đi được 40m và một người đi xe đạp một giờ đi được 15km. Tính tỉ số vận tốc của người đi bộ và người đi xe đạp.

Giải

1 phút người đi bộ đi được 40m. Vậy một giờ người đi bộ đi được:

$$40.60 = 2400\text{ m} = 2,4\text{km}.$$

Do đo, tỉ số vận tốc của người đi bộ và người đi xe đạp là: $\frac{2,4}{15} = \frac{8}{50}$.



Trước khi đặt tỉ số, ta phải quy các đại lượng có cùng loại về cùng một đơn vị đo.

Ví dụ 2. Tì tỉ số phần trăm của hai số:

a. $3\frac{1}{5}$ và $2\frac{2}{15}$. b. 8 yến và 64kg.

Giải

a. Ta có: $3\frac{1}{5} = \frac{16}{5}$ và $2\frac{2}{15} = \frac{32}{15}$.

Vậy, tỉ số phần trăm của hai số là:

$$\frac{\frac{16}{5}}{\frac{32}{15}}.100\% = \frac{16}{5}.\frac{15}{32}.100\% = \frac{3}{2}.100\% = 150\%.$$

b. Ta có: 8 yến = 80kg.

Vậy, tỉ số phần trăm của hai số là: $\frac{80}{64}.100\% = \frac{10}{8}.100\% = 125\%$.

Ví dụ 3. Tìm hai số biết tỉ số của chúng bằng 4 : 9. Nếu thêm 24 vào số thứ nhất thì tỉ số của chúng sẽ bằng 2 : 3.

Giải

Giả sử hai số phải tìm là a và b.

Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{4}{9}$. (1)

Nếu thêm 24 vào số thứ nhất thì tỉ số của chúng sẽ bằng 2 : 3. Do đó:

$$\frac{a+24}{b} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{a}{b} + \frac{24}{b} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

Thay (1) vào (2), ta được: $\frac{4}{9} + \frac{24}{b} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{4b + 24.9}{9b} = \frac{6b}{9b}$

$\Leftrightarrow 4b + 216 = 6b \Leftrightarrow 2b = 216 \Leftrightarrow b = 108$

Với b = 108, suy ra a = 48.

Ví dụ 4. Tìm hai số. Biết tỉ số của chúng bằng 5 : 8 và tích của chúng bằng 360.

Giải

Giả sử hai số phải tìm là a và b. Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{5}{8}$.

Suy ra, ta được: a = 5k và b = 8k, với $k \in \mathbb{Z}^*$.

Lại có: $a . b = 360 \Rightarrow 5k . 8k = 360$

$\Leftrightarrow 40k^2 = 360 \Leftrightarrow k^2 = 9 \Leftrightarrow k = \pm 3$.

Vậy, ta có:

- Với k = 3, suy ra: a = 15 và b = 24.
- Với k = – 3, suy ra: a = – 15 và b = – 24.

III. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Tìm tỉ số của a và b biết:

a. $a = \frac{3}{10}$ m và b = 60cm.

b. a = 0,3 tạ và b = 15kg.

b. $a = \frac{2}{5}$ m và b = 80cm.

d. a = 0,8 tạ và b = 120kg.

Bài tập 2. Năm nay con 15 tuổi, bố 45 tuổi. Tính tỉ số giữa tuổi con và tuổi bố:

a. Hiện nay.

b. Trước đây 10 năm.

c. Sau 30 năm nữa.

Bài tập 3. Trên một bản đồ tỉ lệ 1: 1 000 000, đoạn đường bộ từ Hà Nội lên Lạng Sơn dài 15cm. Tính độ dài đoạn đường đó trong thực tế.

Bài tập 4. Tỉ số của hai số a và b là $\frac{2}{9}$, tỉ số của hai số b và c là $\frac{27}{32}$. Hãy tính tỉ số của hai số a và c.

Bài tập 5. Tìm hai số biết tỉ số của chúng bằng 2 : 5. Nếu thêm 24 vào số thứ nhất thì tỉ số của chúng sẽ bằng 2 : 3.

IV. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1:

a. Ta có: $a = \frac{3}{10} m = \frac{3.100}{10} = 30cm$; b = 60cm.

Vậy, tỉ số của a và b là: $\frac{a}{b} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$.

b. Ta có: a = 0,3 tạ = 0,3 . 100 kg = 30kg; b = 15kg.

Vậy, tỉ số của a và b là: $\frac{a}{b} = \frac{30}{15} = \frac{2}{1}$.

c. Ta có: $a = \frac{2}{5}m = \frac{2.100}{5} = 40cm$; b = 80cm:

Vậy, tỉ số của a và b là: $\frac{a}{b} = \frac{40}{80} = \frac{1}{2}$.

d. Ta có: a = 0,8 tạ = 0,8 . 100 kg = 80kg; b = 120cm.

Vậy, tỉ số của a và b là: $\frac{a}{b} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}$.

Bài tập 2:

a. Tỉ số giữa tuổi bố và tuổi con hiện nay là: $\frac{15}{45} = \frac{1}{3}$

b. Tỉ số giữa tuổi bố và tuổi con trước đây 10 năm là: $\frac{15-10}{45-10} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$.

c. Tỉ số giữa tuổi bố và tuổi con sau 15 năm nữa là: $\frac{15+15}{45+15} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$.

Bài tập 3: Ta có: $T = \frac{1}{1000000}$.

Vậy, độ dài đoạn đường bộ từ Hà Nội lên Lạng Sơn trong thực tế là:

15. 1 000 000 = 15 000 000cm = 150km.

Bài tập 4: Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{2}{9}$; $\frac{b}{c} = \frac{27}{32}$. Vậy: $\frac{a}{c} = \frac{a}{b}.\frac{b}{c} = \frac{2}{9}.\frac{27}{32} = \frac{3}{16}$.

Bài tập 5: Giả sử hai số phải tìm là a và b. Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$. (1)

Nếu thêm 24 vào số thứ nhất thì tỉ số của chúng sẽ bằng 2 : 3. Do đó:

$\frac{a+24}{b} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{a}{b} + \frac{24}{b} = \frac{2}{3}$. (2)

Thay (1) vào (2), ta được: $\frac{2}{5} + \frac{24}{b} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{2.3b + 24.15}{15b} = \frac{10b}{15b}$

$\Leftrightarrow 6b + 360 = 10b \Leftrightarrow 4b = 360 \Leftrightarrow b = 90$.

Với b = 90, suy ra a = 36.

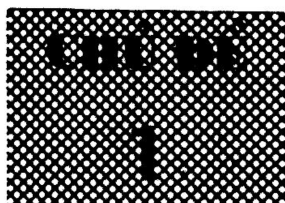
Phần 2

Hình học

CHƯƠNG I - GÓC

Trong chương này, chúng ta sẽ xem xét các kiến thức xung quanh:

1. **Nửa mặt phẳng**
2. **Góc**
3. **Số đo góc**
4. **Khi nào thì $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$**
5. **Vẽ góc biết số đo**
6. **Tia phân giác của góc**
7. **Thực hành đo góc trên mặt đất**
8. **Đường tròn**
9. **Tam giác**



NỬA MẶT PHẲNG

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. NỬA MẶT PHẲNG BỜ a

Kẻ một đường thẳng a:

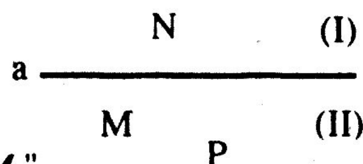


ta nhận thấy, đường thẳng a chia mặt phẳng thành hai phần riêng biệt. Và khi đó mỗi phần được gọi là một nửa mặt phẳng bờ a.

Như vậy, ta có định nghĩa:

1. *Hình gồm đường thẳng a và một phần mặt phẳng bị chia ra bởi a được gọi là một nửa mặt phẳng.*
2. *Hai nửa mặt phẳng có chung bờ được là hai nửa mặt phẳng đối nhau..*

Ta có minh hoạ theo hình vẽ:



1. Nửa mặt phẳng (I) được gọi là:

   "*Nửa mặt phẳng bờ a chứa điểm N* "

   hoặc "*Nửa mặt phẳng bờ a không chứa điểm M* "

   hoặc "*Nửa mặt phẳng bờ a không chứa điểm P* ".

2. Nửa mặt phẳng (II) được gọi là:

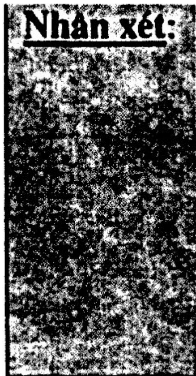
   "*Nửa mặt phẳng bờ a chứa điểm M* "

   hoặc "*Nửa mặt phẳng bờ a chứa điểm P* "

   hoặc "*Nửa mặt phẳng bờ a không chứa điểm N* "

   hoặc " *(II) là nửa mặt phẳng đối của (I)* ".

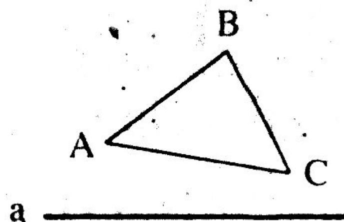
3. Ta nói:
   - Hai điểm M, P nằm cùng phía đối với đường thẳng a.
   - Hai điểm M, N (hoặc P, N) nằm khác phía đối với đường thẳng a.



Từ định nghĩa trên, ta có được nhận xét:

1. Bất kì đường thẳng nào nằm trên mặt phẳng cũng là bờ chung của hai nửa mặt phẳng đối nhau.
2. Nếu A, B nằm cùng phía đối với đường thẳng a thì đường thẳng a không cắt đoạn thẳng AB.
3. Nếu A, B nằm khác phía đối với đường thẳng a thì đường thẳng a cắt đoạn thẳng AB.

Thí dụ 1: Cho đường thẳng a và ba điểm A, B, C không nằm trên đường thẳng a, trong đó đường thẳng a không cắt các đoạn thẳng AB, AC. Đường thẳng a có cắt đoạn thẳng BC không ?



Giải

Nhận xét rằng:

- Vì đường thẳng a không cắt đoạn thẳng AB nên A, B nằm cùng phía với đường thẳng a.
- Vì đường thẳng a không cắt đoạn thẳng AC nên A, C nằm cùng phía với đường thẳng a.

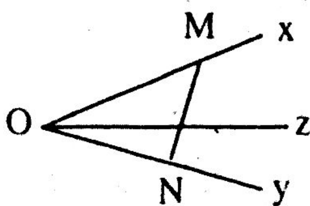
Suy ra B, C nằm cùng phía với đường thẳng a, do đó đường thẳng a không cắt đoạn thẳng BC.

Nhận xét: Từ thí dụ trên, ta có được nhận xét:

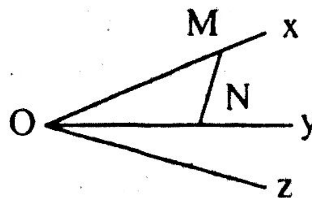
1. Nếu A, B cùng phía với a và A, C cùng phía với a thì B, C cùng phía với a.
2. Nếu A, B khác phía với a và A, C khác phía với a thì B, C cùng phía với a.
3. Nếu A, B cùng phía với a và A, C khác phía với a thì B, C khác phía với a.

2. TIA NẰM GIỮA HAI TIA

Chúng ta sử dụng ba hình vẽ sau (ở đó vẽ ba tia chung gốc Ox, Oy, Oz và lấy hai điểm M, N khác O theo thứ tự thuộc Ox, Oy) để minh họa khái niệm tia nằm giữa hai tia:



Hình a

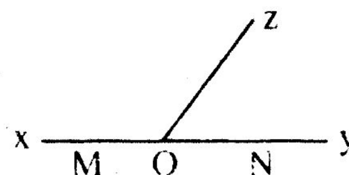


Hình b

Nhận xét rằng:

- Ở hình a), ta thấy tia Oz cắt đoạn thẳng MN, khi đó người ta nói Oz *nằm giữa* hai tia Ox, Oy.
- Ở hình b), ta thấy tia Oz không cắt đoạn thẳng MN, khi đó người ta nói Oz không nằm giữa hai tia Ox, Oy (trong trường hợp này thì Oy *nằm giữa* hai tia Ox, Oz).

Chú ý: Ta thấy ngay, trong trường hợp Ox và Oy là hai tia đối nhau thì đoạn thẳng MN luôn cắt tia Oz tại O, do đó luôn có Oz *nằm giữa* hai tia Ox, Oy.



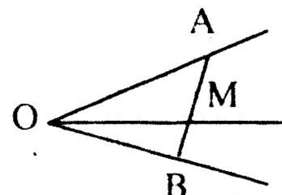
Thí dụ 2: Gọi M là điểm nằm giữa hai điểm A, B. Điểm O không nằm trên đường thẳng AB. Vẽ ba tia OA, OB, OM. Hỏi tia nào nằm giữa hai tia còn lại ?

Giải

Nhận xét rằng:

- Điểm A thuộc tia OA, điểm B thuộc tia OB
- Tia OM cắt đoạn thẳng AB tại M

do đó OM nằm giữa hai tia OA, OB.



Nhận xét: Như vậy, qua thí dụ trên ta thấy " *Để chứng minh tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy* " cần thực hiện theo hai bước:

Bước 1: Chỉ ra được hai điểm A, B khác O theo thứ tự thuộc Ox, Oy.

Bước 2: Chứng minh rằng đoạn thẳng AB cắt tia Oz.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho đường thẳng a và ba điểm A, B, C không nằm trên đường thẳng a, trong đó đường thẳng a không cắt đoạn thẳng AB và cắt đoạn thẳng AC.

a. Đường thẳng a có cắt đoạn thẳng BC không ? Vì sao ?

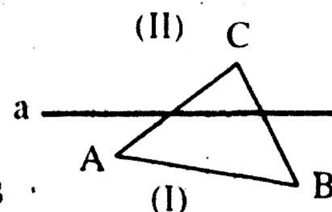
b. Gọi tên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a.

Giải

a. Nhận xét rằng:

- Vì đường thẳng a không cắt đoạn thẳng AB nên A, B nằm cùng phía với đường thẳng a.
- Vì đường thẳng a cắt đoạn thẳng AC nên A, C nằm khác phía với đường thẳng a.

  Suy ra B, C nằm khác phía với đường thẳng a, do đó đường thẳng a cắt đoạn thẳng BC.



b. Hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a kí hiệu trên hình là (I), (II) có thể được gọi tên:

- Nửa mặt phẳng (I) được gọi là:

  "*Nửa mặt phẳng bờ a chứa điểm A* "

  hoặc "*Nửa mặt phẳng bờ a chứa điểm B* "

  hoặc "*Nửa mặt phẳng bờ a không chứa điểm C* "

- Nửa mặt phẳng (I) được gọi là:

  "*Nửa mặt phẳng bờ a chứa điểm C* "

  hoặc "*Nửa mặt phẳng bờ a không chứa điểm A* "

  hoặc "*Nửa mặt phẳng bờ a không chứa điểm B* "

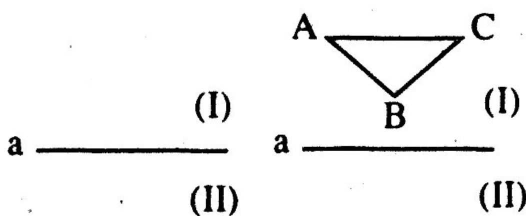
  hoặc " *(II) là nửa mặt phẳng đối của (I)* ".

Chú ý: Trong câu a), nếu không có câu hỏi " *Vì sao ?* "thì chúng ta chỉ cần trả lời theo kiểu *Có* hoặc *Không*.

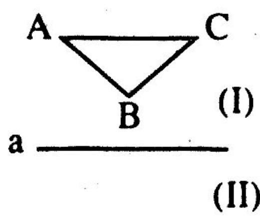
Ví dụ 2. Cho đường thẳng a và ba điểm A, B, C không nằm trên đường thẳng a. Chứng tỏ rằng hoặc đường thẳng a không cắt đoạn thẳng nào trong ba đoạn thẳng AB, BC, AC hoặc đường thẳng a chỉ cắt hai trong ba đoạn thẳng đó.

Giải

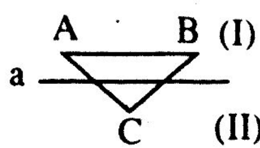
Đường thẳng a chia mặt phẳng thành hai nửa, kí hiệu là (I) và (II), hình a.



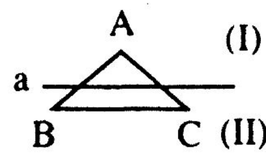
Hình a



Hình b



Hình c



Hình d

Nhận xét rằng:

- Nếu (I) chứa ba điểm A, B, C thì a không cắt AB, BC, AC, *hình b*.
- Nếu (I) chứa hai trong ba điểm A, B, C (giả sử A và B) thì a cắt AB, AC và a không cắt BC, *hình c*.
- Nếu (I) chứa một trong ba điểm A, B, C (giả sử A) thì a cắt AB, AC và a không cắt BC, *hình d*.

Nhận xét trên chứng tỏ rằng hoặc đường thẳng a không cắt đoạn thẳng nào trong ba đoạn thẳng AB, BC, AC hoặc đường thẳng a chỉ cắt hai trong ba đoạn thẳng đó.

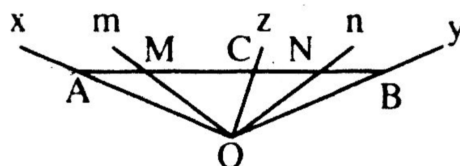
Ví dụ 3. Cho hai tia Ox, Oy không đối nhau và tia Oz nằm giữa chúng. Tia Om nằm giữa hai tia Ox và Oz, tia On nằm giữa hai tia Oy và Oz. Hãy giải thích tại sao tia Oz nằm giữa hai tia Om và On.

Giải

Lấy hai điểm A, B khác O theo thứ tự thuộc tia Ox, Oy, nhận xét rằng:

- Vì Oz nằm giữa Ox, Oy nên Oz cắt AB tại C.

- Vì Om nằm giữa hai tia Ox và Oz nên Om cắt AC tại M.
- Vì On nằm giữa hai tia Oy và Oz nên On cắt BC tại N.



từ đó, ta nhận thấy:

- Điểm M thuộc tia Om, điểm N thuộc tia On
- Tia Oz cắt đoạn thẳng MN tại C do đó Oz nằm giữa hai tia Om, On.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu định nghĩa nửa mặt phẳng bờ a.

Câu hỏi 2: Phát biểu định nghĩa hai nửa mặt phẳng đối nhau.

Câu hỏi 3: Vẽ hình minh hoạ tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy.

Câu hỏi 4: Nêu các bước cần thực hiện để chứng tỏ rằng tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Cho đường thẳng a và ba điểm A, B, C không nằm trên đường thẳng a, trong đó đường thẳng a không cắt các đoạn thẳng AB, BC.

a. Đường thẳng a có cắt đoạn thẳng AC không ? Vì sao ?

b. Gọi tên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a.

Bài tập 2. Cho đường thẳng a và ba điểm A, B, C không nằm trên đường thẳng a, trong đó đường thẳng a cắt các đoạn thẳng AB, BC.

a. Đường thẳng a có cắt đoạn thẳng AC không ? Vì sao ?

b. Gọi tên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a.

Bài tập 3. Cho đường thẳng a và bốn điểm A, B, C, D không nằm trên đường thẳng a, trong đó A và B thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ a, còn C và D thuộc nửa mặt phẳng kia.

a. Đường thẳng a cắt đoạn thẳng nào trong các đoạn thẳng nối hai trong bốn điểm A, B, C, D ?

b. Gọi tên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a.

Bài tập 4. Cho đường thẳng a và bốn điểm A, B, C, D không nằm trên đường thẳng a. Chứng tỏ rằng đường thẳng a hoặc không cắt hoặc cắt ba hoặc cắt bốn đoạn thẳng nào trong các đoạn thẳng AB, BC, CD, AD, DB, AC.

Bài tập 5. Cho hai điểm A, B. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C. Điểm O không nằm trên đường thẳng AB. Vẽ ba tia OA, OB, OC. Hỏi tia nào nằm giữa hai tia còn lại ?

Bài tập 6. Cho điểm B nằm giữa hai điểm A và C, điểm D thuộc tia BC và không trùng với B. Điểm O nằm ngoài đường thẳng AC. Trong ba tia OA, OB, OD tia nào nằm giữa hai tia còn lại ?

Bài tập 7. Cho AB = 8cm. Gọi M là trung điểm AB. Trên tia đối của tia MB lấy điểm C. Điểm O không nằm trên đường thẳng AB. Vẽ ba tia OA, OB, OC, OM. Hãy chỉ ra tia nằm giữa hai tia, biết:

a. MC = 2cm. b. MC = 6cm.

Bài tập 8. Cho hai tia Oa, Ob không đối nhau. Lấy các điểm A, B theo thứ tự thuộc các tia Oa, Ob với A, B khác O. Gọi C là điểm bất kì nằm giữa A và B. Vẽ điểm M sao cho O nằm giữa hai điểm C và M.

a. Chứng tỏ rằng OC nằm giữa hai tia OA và OB.

b. Trong ba tia OA, OB, OM có tia nào nằm giữa hai tia còn lại không ?

Bài tập 9. Cho hai tia Oa, Ob đối nhau. Lấy các điểm A, B theo thứ tự thuộc các tia Oa, Ob với A, B khác O. Gọi C là điểm bất kì nằm giữa A và B. Gọi M là điểm khác O thuộc tia đối của tia OC.

a. Tia OM có cắt đoạn thẳng AB hay không ?

b. Tia OA có cắt đoạn thẳng BM hay không ?

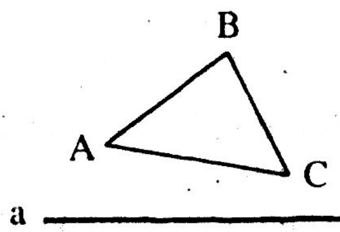
c. Tia OB có cắt đoạn thẳng MA hay không ?

Bài tập 10. Có thể khẳng định được rằng ba tia chung gốc, bao giờ cũng có một tia nằm giữa hai tia còn lại được không ?

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

a. Nhận xét rằng:



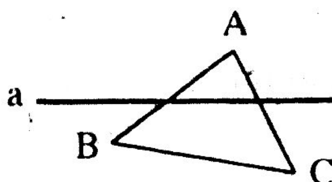
- Vì đường thẳng a không cắt đoạn thẳng AB nên A, B nằm cùng phía với đường thẳng a.
- Vì đường thẳng a không cắt đoạn thẳng BC nên B, C nằm cùng phía với đường thẳng a.

Suy ra A, C nằm cùng phía với đường thẳng a, do đó đường thẳng a không cắt đoạn thẳng AC.

b. *Học sinh tự viết các tên.*

Bài tập 2.

a. Nhận xét rằng:

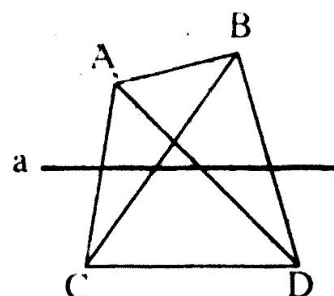


- Vì đường thẳng a cắt đoạn thẳng AB nên A, B nằm khác phía với đường thẳng a.

- Vì đường thẳng a cắt đoạn thẳng AC nên A, C nằm khác phía với đường thẳng a.

Suy ra B, C nằm cùng phía với đường thẳng a, do đó đường thẳng a không cắt đoạn thẳng BC.

b. *Học sinh tự viết các tên.*



Bài tập 3.

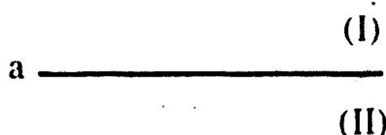
a. Từ hình vẽ, ta nhận thấy đường thẳng a:

- Cắt các đoạn thẳng AC, AD, BC, BD.
- Không cắt các đoạn thẳng AB, CD.

b. *Học sinh tự viết các tên.*

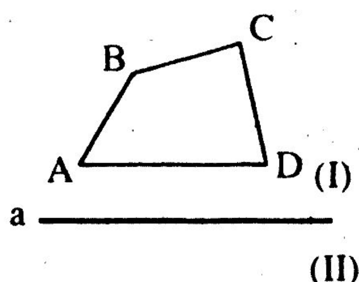
Bài tập 4.

Đường thẳng a chia mặt phẳng thành hai nửa, kí hiệu là (I) và (II), hình vẽ.

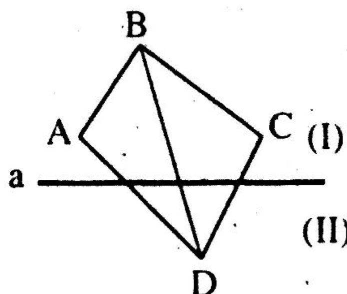


Nhận xét rằng:

- Nếu (I) chứa bốn điểm A, B, C, D thì a không cắt các đoạn thẳng AB, BC, CD, AD, DB, AC, *hình a.*

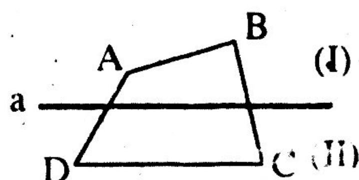


Hình a

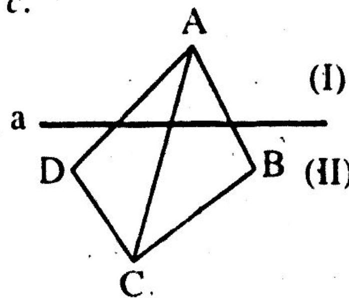


Hình b

- Nếu (I) chứa ba trong bốn điểm A, B, C, D (giả sử A, B, C) thì a cắt AD, BD, CD và không cắt AB, BC, AC, *hình b.*
- Nếu (I) chứa hai trong bốn điểm A, B, C, D (giả sử A và B) thì a cắt AD, AC, BD, BC và a không cắt AB, BC, *hình c.*



Hình c



Hình d

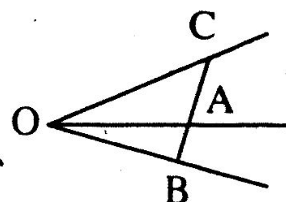
- Nếu (I) chứa một trong bốn điểm A, B, C, D (giả sử A) thì a cắt AB, AC, AD và a không cắt BC, CD, BD, *hình d.*

Nhận xét trên chứng tỏ rằng đường thẳng a hoặc không cắt hoặc cắt ba hoặc cắt bốn đoạn thẳng nào trong các đoạn thẳng AB, BC, CD, AD, DB, AC.

Bài tập 5. Nhận xét rằng:

- Điểm B thuộc tia OB, điểm C thuộc tia OC
- Tia OA cắt đoạn thẳng BC tại A

do đó OA nằm giữa hai tia OB, OC.



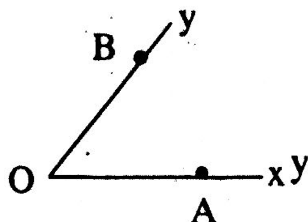


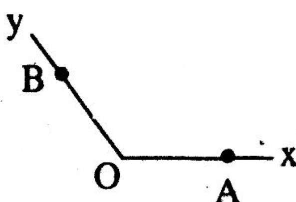
GÓC – SỐ ĐO GÓC

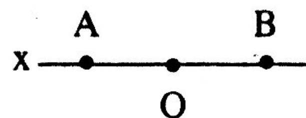
I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. GÓC

Vẽ hai tia chung gốc Ox, Oy, ta nhận được góc xOy (hoặc yOx) như hình vẽ:







các kí hiệu tương ứng là $\hat{O}$, $\widehat{xOy}$, $\widehat{yOx}$, $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOA}$.

Như vậy, ta có định nghĩa:

> *Góc là hình gồm hai tia chung gốc.*
> *Gốc chung của hai tia là đỉnh của góc, hai tia là hai cạnh của góc.*

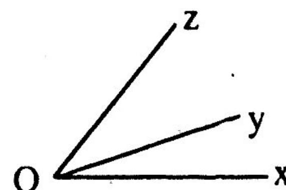
<u>**Thí dụ 1:**</u> Đọc tên và kí hiệu các góc trong hình dưới đây:

Trên hình vẽ có bao nhiêu góc ?

Giải

Dựa vào hình vẽ, ta có các góc: $\widehat{xOy}$, $\widehat{xOz}$, $\widehat{yOz}$

như vậy, trong hình vẽ có tất cả 3 góc.





Qua thí dụ trên, ta thấy qua 3 tia chung gốc ta nhận được 3 góc. Các em học sinh hãy vẽ 4 tia chung gốc và hãy xem trong hình vẽ đó có bao nhiêu góc.

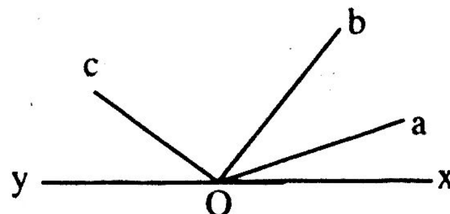
2. GÓC BẸT

Góc bẹt là góc có hai cạnh là hai tia đối nhau.

Thí dụ 2: Cho góc bẹt $\widehat{xOy}$, vẽ các tia Oa, Ob, Oc thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ xy.

a. Đọc tên và kí hiệu các góc trong hình vẽ.

b. Trên hình vẽ có bao nhiêu góc ?

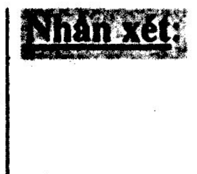


Giải

Dựa vào hình vẽ, ta có các góc:

$\widehat{xOa}$, $\widehat{xOb}$, $\widehat{xOc}$, $\widehat{xOy}$, $\widehat{aOb}$,

$\widehat{aOc}$, $\widehat{aOy}$, $\widehat{bOc}$, $\widehat{bOy}$, $\widehat{cOy}$ như vậy, trong hình vẽ có tất cả 10 góc.

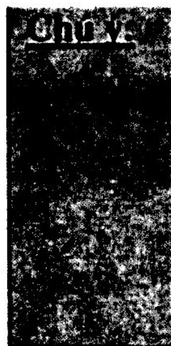


Qua thí dụ trên, ta thấy qua 5 tia chung gốc ta nhận được 10 góc. Các em học sinh hãy vẽ 6 tia chung gốc và hãy xem trong hình vẽ đó có bao nhiêu góc.

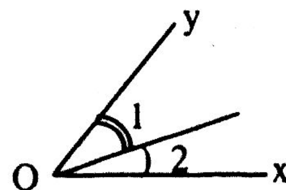
3. VẼ GÓC

Từ định nghĩa về góc, ta thấy ngay, để vẽ góc ta cần:

- Vẽ đỉnh của góc.
- Vẽ hai cạnh của góc.



1. Trong hình có nhiều góc, người ta thường vẽ thêm một hay nhiều vòng cung nhỏ nối hai cạnh của góc đó để dễ thấy góc mà ta đang xét tới.

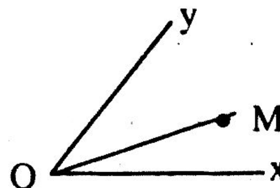


2. Khi cần phân biệt các góc có chung một đỉnh, giả sử chung đỉnh O như hình vẽ, ta kí hiệu $\hat{O}_1$, $\hat{O}_2$.

4. ĐIỂM NẰM BÊN TRONG GÓC

Cho góc xOy và điểm M như trong hình vẽ:

ta nhận thấy ở đây:



- Hai tia Ox, Oy không đối nhau.
- Tia OM nằm giữa hai tia Ox, Oy.

Trong trường hợp như vậy, ta nói " *Điểm M nằm bên trong góc xOy* ".

Như vậy, ta có định nghĩa:

Điểm M nằm bên trong góc xOy khác góc bẹt khi tia OM nằm giữa hai tia Ox, Oy.

Khi đó ta còn nói " *Tia OM nằm trong góc xOy* ".

Thí dụ 3: Hãy thực hiện theo các yêu cầu sau:

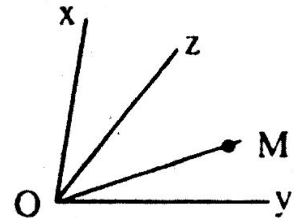
a. Vẽ hai tia không đối nhau Ox, Oy.

b. Vẽ điểm M nằm trong góc $\widehat{xOy}$.

c. Vẽ tia Oz nằm trong góc $\widehat{xOM}$.

Đọc tên và viết kí hiệu các góc trong hình vẽ. Có bao nhiêu góc tất cả ?

Giải



Các câu a), b), c) được miêu tả trong hình vẽ.

Ta có các góc: $\widehat{xOz}$, $\widehat{xOM}$, $\widehat{xOy}$, $\widehat{zOM}$, $\widehat{zOy}$, $\widehat{MOy}$

như vậy, trong hình vẽ có tất cả 6 góc.

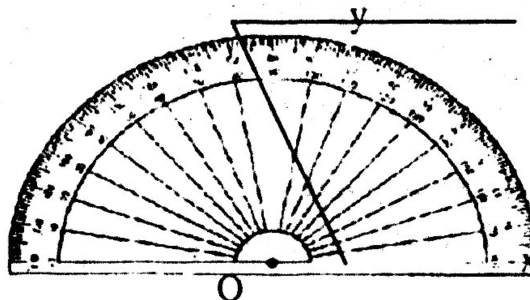


Qua thí dụ trên, ta thấy qua 4 tia chung gốc ta nhận được 6 góc. Một câu hỏi được đặt ra là " *Qua n tia chung gốc nhận được bao nhiêu góc ?* " - Câu trả lời sẽ được trình bày trong phần các ví dụ minh hoạ.

5. ĐO GÓC

Để đo góc người ta dùng thước đo góc là một nửa hình tròn được chia thành 180 phần bằng nhau và được ghi từ 0 (độ) đến 180 (độ). Ta gọi tâm của nửa hình tròn này là tâm của thước.

Muốn đo góc $\widehat{xOy}$, ta đặt thước đo góc sao cho tâm của thước trùng với đỉnh O của góc, một cạnh của góc đi qua vạch 0 của thước và khi đó vạch còn lại sẽ chỉ ra số đo của góc trên thước, cụ thể:

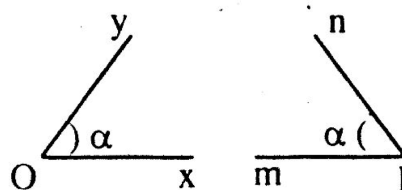


Ta có nhận xét:

Mỗi góc có một số đo. Số đo của góc bẹt bằng 180^0.

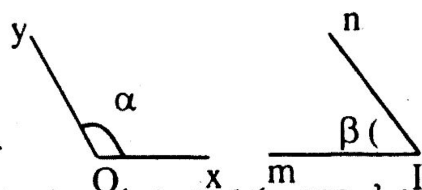
Số đo của mỗi góc không vượt quá 180^0.

Từ đó ta có:



- Hai góc $\widehat{xOy}$ và mIn có *cùng số đo* được gọi là *bằng nhau*, kí hiệu: $\widehat{xOy}$ xOy = mIn.
- Số đo góc $\widehat{xOy}$ xOy *lớn hơn* số đo góc mIn được gọi là góc xOy *lớn hơn* góc mIn, kí hiệu: $\widehat{xOy}$ xOy > mIn.

  Khi đó, ta còn nói góc mIn nhỏ hơn góc xOy.



Chú ý:
1. Trên thước đo góc, người ta ghi các số từ 0 đến 180 ở hai vòng cung theo hai chiều ngược nhau để việc đo góc được thuận tiện.
2. Các đơn vị đo góc nhỏ hơn độ là phút kí hiệu là ' và giây kí hiệu là ", ta có: $1^0 = 60'$ và $1' = 60''$.
3. Khi hai tia Ox, Oy trùng nhau, ta vẫn coi $\widehat{xOy}$ là một góc và gọi là *"Góc không"*, số đo của góc không là 0^0.

Thí dụ 4: Đổi thành độ, phút:

a. $15{,}25^0$. b. $45{,}15^0$.

Giải

a. Ta có: $15{,}25^0 = 15\frac{1^0}{4} = 15^0\frac{60'}{4} = 15^0 15' = (15.60') + 15' = 915'$.

b. Ta có: $45{,}15^0 = 45\frac{3^0}{20} = 45^0\frac{3.60'}{20} = 45^0 9' = (45.60') + 9' = 2709'$.

6. GÓC VUÔNG – GÓC NHỌN – GÓC TÙ

Ta có định nghĩa:

1. *Góc có số đo bằng 90^0 là góc vuông (còn kí hiệu là 1v).*
2. *Góc nhỏ hơn góc vuông là góc nhọn.*
3. *Góc lớn hơn góc vuông nhưng nhỏ hơn góc bẹt là góc tù.*

Từ đây ta nhận được bảng tổng kết:

Góc vuông	Góc nhọn	Góc tù	Góc bẹt
y, O, x	y, α, O, x	y, α, O, x	y, O, x
$\widehat{xOy} = 90^0$	$0^0 < \alpha < 90^0$	$90^0 < \alpha < 180^0$	$\widehat{xOy} = 180^0$

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Đổi thành độ, phút:

a. $30,5^0$.　　　　　　　　b. $60,75^0$.

Giải

a. Ta có: $30,5^0 = 30\frac{1^0}{2} = 30^0\frac{60'}{2} = 30^030' = (30.60') + 30' = 1830'$.

b. Ta có: $60,75^0 = 60\frac{3^0}{4} = 60^0\frac{3.60'}{4} = 60^045' = (60.60') + 45' = 3645'$.

Ví dụ 2: Xem kim phút và kim giờ của đồng hồ là hai tia chung gốc. Tại mỗi thời điểm hai kim tạo thành một góc.

a. Tính số đo của góc lúc 6 giờ.

b. Lúc mấy giờ đúng thì hai kim đồng hồ tạo thành góc 0^0.

Giải

a. Lúc 6 giờ hai kim đồng hồ tạo thành một góc bẹt, do đó số đo của góc bằng 180^0.

b. Hai kim đồng hồ tạo thành góc 0^0, tức là chúng trùng nhau, điều này xảy ra vào lúc 12 giờ.

Ví dụ 3: Vẽ n tia chung gốc. Trong hình vẽ có bao nhiêu góc ?

Giải

Nhận xét rằng:

- Mỗi tia tạo với n – 1 tia còn lại được n – 1 góc.
- Chúng ta có n tia, do đó tạo được n(n – 1) góc.
- Tuy nhiên, với cách lập luận như vậy mỗi góc đã được tính hai lần, do đó tất cả chỉ có: $\frac{n(n-1)}{2}$ góc.

Vậy, với n tia chung gốc tạo được $\frac{n(n-1)}{2}$ góc.



Bắt đầu từ đây chúng ta ghi nhận kết quả trên để thực hiện các bài toán ngược.

Ví dụ 4: Vẽ n tia chung gốc. Trong hình vẽ có 190 góc. Tính n.

Giải

Ta có ngay: $\frac{n(n-1)}{2} = 190 \Rightarrow n = 20$.

Vậy, cần 20 tia chung gốc để tạo ra 190 góc.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Phát biểu định nghĩa góc. Vẽ hình minh hoạ.

Câu hỏi 2: Thế nào là góc bẹt. Vẽ hình minh hoạ.

Câu hỏi 3: Phát biểu định nghĩa điểm nằm bên trong góc. Vẽ hình minh hoạ.

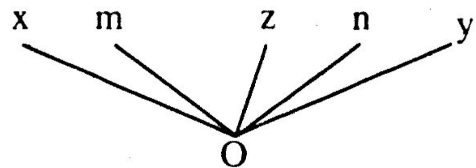
Câu hỏi 4: Trình bày cách sử dụng thước đo góc để đo góc.

Câu hỏi 5: Nêu định nghĩa góc vuông, góc nhọn, góc tù, góc bẹt. Vẽ hình minh hoạ.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Đọc tên và kí hiệu các góc trong hình dưới đây:

Trên hình vẽ có bao nhiêu góc ?



Bài tập 2. Hãy thực hiện theo các yêu cầu sau:

a. Vẽ góc $\widehat{xOy} = 90^0$.

b. Vẽ điểm M nằm trong góc $\widehat{xOy}$.

c. Vẽ tia Oz nằm trong góc $\widehat{xOM}$.

Đọc tên và viết kí hiệu các góc trong hình vẽ. Có bao nhiêu góc tất cả ? Chứng tỏ rằng ngoài góc $\widehat{xOy}$ các góc còn lại đều là góc nhọn.

Bài tập 3. Vẽ 30 tia chung gốc. Trong hình vẽ có bao nhiêu góc ?

Bài tập 4. Vẽ n tia chung gốc. Trong hình vẽ có 36 góc. Tính n.

Bài tập 5. Đổi thành độ, phút:

a. $30{,}25^0$. b. $90{,}2^0$.

Bài tập 6. Xem kim phút và kim giờ của đồng hồ là hai tia chung gốc. Tại mỗi thời điểm hai kim tạo thành một góc.

a. Tính số đo của góc lúc 2 giờ, 3 giờ, 8 giờ, 10 giờ.

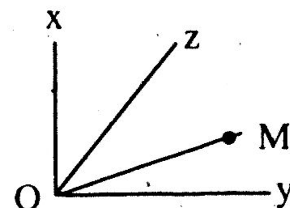
b. Lúc mấy giờ đúng thì hai kim đồng hồ tạo thành góc 60^0, 90^0, 150^0, 180^0.

V. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1. Học sinh tự làm.

Bài tập 2. miêu tả các câu hỏi a), b), c).

Trong đó, ta có các góc:



$\widehat{xOz}$, $\widehat{xOM}$, $\widehat{xOy}$, $\widehat{zOM}$, $\widehat{zOy}$, $\widehat{MOy}$

như vậy, trong hình vẽ có tất cả 6 góc và ngoài góc xOy các góc còn lại đều là góc nhọn vì chúng đều nhỏ hơn góc xOy.

Bài tập 3. 465 góc.

Bài tập 4. n = 9

Bài tập 5.

a. Ta có: $30{,}25^0 = 30\frac{1^0}{4} = 30^0\frac{60'}{4} = 30^015' = (30.60') + 15' = 1815'$.

b. Ta có: $90{,}2^0 = 90\frac{1^0}{5} = 90^0\frac{60'}{5} = 90^012' = (90.60') + 12' = 5772'$.

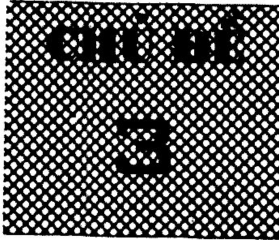
Bài tập 6.

a. Ta có:

- Lúc 2 giờ số đo của góc bằng 60^0.
- Lúc 3 giờ số đo của góc bằng 90^0.
- Lúc 8 giờ số đo của góc bằng 120^0.
- Lúc 10 giờ số đo của góc bằng 60^0.

b. Ta có:

- Có góc 60^0 vào lúc 2 giờ, 10 giờ.
- Có góc 90^0 vào lúc 3 giờ, 9 giờ.
- Có góc 150^0 vào lúc 5 giờ, 7 giờ.
- Có góc 180^0 vào lúc 6 giờ.

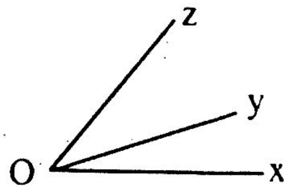


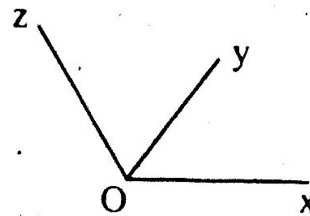
KHI NÀO THÌ $\widehat{xOy} + \widehat{yOx} = \widehat{xOz}$

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. KHI NÀO THÌ SỐ ĐO HAI GÓC xOy VÀ yOz BẰNG SỐ ĐO GÓC xOz

Cho góc $\widehat{xOy}$, $\widehat{yOz}$ như trong các hình vẽ:





ta nhận thấy ở đây tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz.

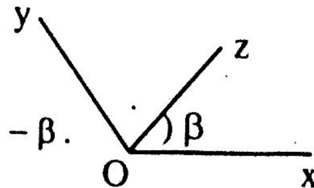
Trong trường hợp như vậy, ta khẳng định $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$.

Vậy, ta có kết quả:

> 1. *Nếu tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz thì* $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$.
> 2. *Ngược lại, nếu* $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$ *thì Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz.*

Thí dụ 1: Cho $\widehat{xOy} = \alpha$. Tia Oz nằm trong góc xOy. Tính số đo của các góc $\widehat{zOy}$, biết $\widehat{xOz} = \beta$.

Giải

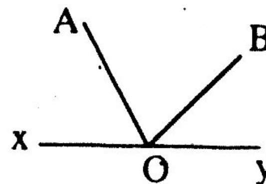


Ta có: $\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = \widehat{xOy} \Leftrightarrow \widehat{zOy} = \widehat{xOy} - \widehat{xOz} = \alpha - \beta$.

Vậy, ta nhận được $\widehat{zOy} = \alpha - \beta$.

Thí dụ 2: Cho $\widehat{xOy} = 180^0$. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ xy lấy hai điểm A, B sao cho $\widehat{xOA} = 60^0$, $\widehat{yOB} = 45^0$. Tính số đo của góc $\widehat{AOB}$.

Giải



Ta có: $\widehat{xOA} + \widehat{AOB} + \widehat{BOy} = \widehat{xOy}$

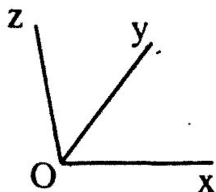
$\Leftrightarrow \widehat{AOB} = \widehat{xOy} - \widehat{xOA} - \widehat{BOy}$

$= 180^0 - 60^0 - 45^0 = 75^0$

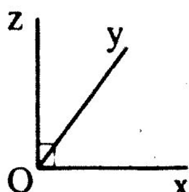
Vậy, ta nhận được $\widehat{AOB} = 75^0$.

2. HAI GÓC KỀ NHAU – PHỤ NHAU – BÙ NHAU – KỀ BÙ

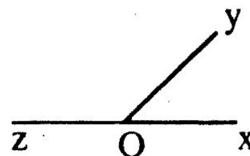
Cho góc $\widehat{xOy}$, $\widehat{zOy}$ như trong các hình vẽ:



Hình a



Hình b



Hình c

ta nhận thấy ở đây:

- Trong các hình a, hình b, hình c luôn có tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz, khi đó ta nói $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc kề nhau có cạnh chung Oy.
- Trong hình b, ta có $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz} = 90^0$, khi đó ta nói $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc phụ nhau.
- Trong hình c, ta có $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz} = 180^0$, khi đó ta nói $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc bù nhau.

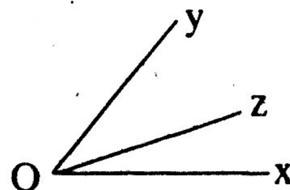
Như vậy, ta có định nghĩa:

1. ***Hai góc kề nhau*** **là hai góc có một cạnh chung và hai cạnh còn lại nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ chứa cạnh chung.**
2. ***Hai góc phụ nhau*** **là hai góc có tổng số đo bằng 90^0.**
3. ***Hai góc bù nhau*** **là hai góc có tổng số đo bằng 180^0.**
4. ***Hai góc vừa kề nhau vừa bù nhau*** **là** ***hai góc kề bù.***

<u>Thí dụ 3:</u> Cho $\widehat{xOy} = 60^0$. Tia Oz nằm trong góc $\widehat{xOy}$ sao cho $\widehat{zOx} = \frac{1}{3}\widehat{xOy}$.

Tính số đo của các góc $\widehat{zOx}$, $\widehat{zOy}$.

Giải



Theo giả thiết, ta có: $\widehat{zOx} = \frac{1}{3}\widehat{xOy} = \frac{1}{3}.60^0 = 20^0$.

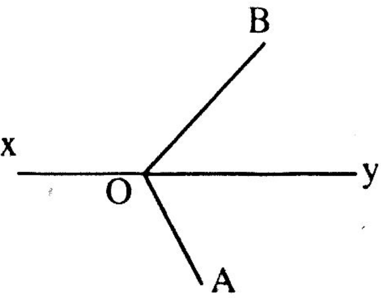
Ta có: $\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = \widehat{xOy} \Leftrightarrow \widehat{zOy} = \widehat{xOy} - \widehat{xOz} = 60^0 - 20^0 = 40^0$.

Vậy, ta được $\widehat{zOx} = 20^0$, $\widehat{zOy} = 40^0$.

Nhận xét Qua thí dụ trên, ta thấy rằng với hai góc kề nhau (sẽ có được ba góc trên hình vẽ) muốn tính số đo của một góc ta cần biết số đo của hai góc còn lại.

Thí dụ 4: Cho góc bẹt xOy. Hai điểm A, B nằm về hai phía của đường thẳng xy. Tính số đo của các góc $\widehat{AOy}$, $\widehat{xOB}$, $\widehat{AOB}$, biết $\widehat{xOA} = 120^0$ và $\widehat{BOy} = 45^0$.

Giải



Ta có: $\widehat{AOy} + \widehat{AOz} = 180^0$

$\Leftrightarrow \widehat{AOy} = 180^0 - \widehat{AOx} = 180^0 - 120^0 = 60^0$.

$\widehat{xOB} + \widehat{yOB} = 180^0$

$\Leftrightarrow \widehat{xOB} = 180^0 - \widehat{yOB} = 180^0 - 45^0 = 135^0$.

$\widehat{AOB} = \widehat{AOy} + \widehat{BOy} = 60^0 + 45^0 = 105^0$.

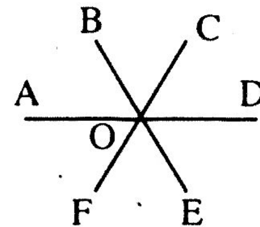
Vậy, ta được $\widehat{AOy} = 60^0$, $\widehat{xOB} = 135^0$, $\widehat{AOB} = 105^0$.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Cho ba đường thẳng AD, BE, CF đồng quy tại O, trong đó tia OB nằm giữa hai tia OA và OC.

a. Kể tên các góc kề với góc $\widehat{AOB}$.

b. Kể tên các góc kề bù với góc $\widehat{AOB}$.



Giải

a. Các góc kề với góc AÔB trong hình vẽ bao gồm:

$\widehat{BOC}$, $\widehat{BOD}$, $\widehat{BOE}$; $\widehat{AOF}$, $\widehat{AOE}$, $\widehat{AOD}$

b. Các góc kề bù với góc $\widehat{AOB}$ trong hình vẽ bao gồm: $\widehat{BOD}$ và $\widehat{AOE}$.

Nhận xét: Qua thí dụ trên, ta thấy rằng với một hình vẽ tường minh có thể dễ dàng nhận được những cặp góc kề nhau, kề bù nhau. Tuy nhiên trong các bài toán yêu cầu chứng minh chúng ta cần vận dụng tốt định nghĩa để thực hiện, ví dụ sau sẽ minh hoạ nhận xét này.

Ví dụ 2: Chứng tỏ rằng:

a. Nếu hai góc kề nhau có hai cạnh ngoài là hai tia đối nhau thì hai góc đó kề bù.

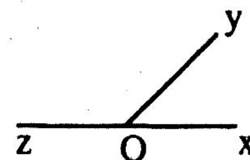
b. Nếu hai góc kề bù thì hai cạnh ngoài của chúng đối nhau.

Giải

a. Xét hai góc kề nhau $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ có Ox, Oz là hai tia đối nhau.

Ta có nhận xét:

- Vì Ox, Oz là hai tia đối nhau nên $\widehat{xOz} = 180^0$.
- Vì tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz nên:



$\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz} = 180^0$.

Vậy, $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù.

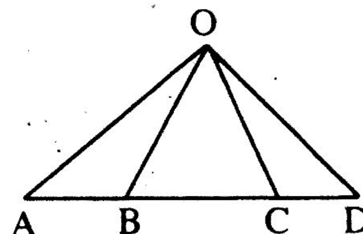
b. Xét hai góc kề bù nhau $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$. Ta có nhận xét:

- Vì $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc bù nhau nên $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^0$.
- Vì $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc kề nhau nên:

$\widehat{xOz} = \widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^0 \Leftrightarrow \widehat{xOz}$ là góc bẹt $\Leftrightarrow$ Ox, Oz là hai tia đối nhau.

Ví dụ 3: Trên đường thẳng a từ trái sang phải ta lấy các điểm A, B, C, D và lấy điểm O nằm ngoài đường thẳng a. Biết $\widehat{AOB} = 30^0$, $\widehat{BOC} = 40^0$, $\widehat{AOD} = 90^0$, tính số đo của các góc $\widehat{AOC}$, $\widehat{COD}$, $\widehat{DOB}$.

Giải



Ta có: $\widehat{AOC} = \widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 30^0 + 40^0 = 70^0$.

$\widehat{COD} = \widehat{AOD} - \widehat{AOC} = 90^0 - 70^0 = 20^0$.

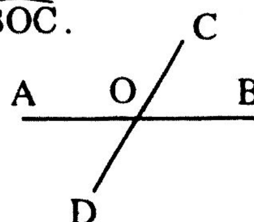
$\widehat{DOB} = \widehat{DOC} + \widehat{COB} = 20^0 + 40^0 = 60^0$.

Vậy, ta được $\widehat{AOC} = 70^0$, $\widehat{COD} = 20^0$, $\widehat{DOB} = 60^0$.

Ví dụ 4: Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O.

Biết rằng $\widehat{AOC} - \widehat{BOC} = 40^0$. Tính số đo các góc $\widehat{AOC}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{BOD}$, $\widehat{AOD}$.

Giải



Theo giả thiết, ta có: $\widehat{AOC} - \widehat{BOC} = 40^0 \Leftrightarrow \widehat{AOC} = 40^0 + \widehat{BOC}$.

Ta có: $\widehat{AOC} + \widehat{COB} = 180^0 \Leftrightarrow 40^0 + \widehat{BOC} + \widehat{COB} = 180^0$

$\Leftrightarrow 2\widehat{COB} = 140^0 \Leftrightarrow \widehat{COB} = 70^0$.

$\widehat{AOC} = 40^0 + \widehat{BOC} = 40^0 + 70^0 = 110^0$.

$\widehat{AOC} + \widehat{AOD} = 180^0 \Leftrightarrow \widehat{AOD} = 180^0 - \widehat{AOC} = 180^0 - 110^0 = 70^0$.

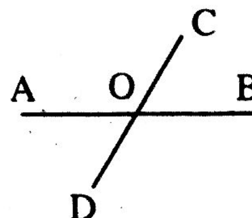
$\widehat{BOD} + \widehat{BOC} = 180^0 \Leftrightarrow \widehat{BOD} = 180^0 - \widehat{BOC} = 180^0 - 70^0 = 110^0$.

Vậy, ta được $\widehat{AOC} = \widehat{BOD} = 110^0$, $\widehat{COB} = \widehat{AOD} = 70^0$.

Ví dụ 5: Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O. Chứng minh rằng:

a. $\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$. b. $\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$.

Giải



a. Nhận xét rằng:

$\widehat{AOC} + \widehat{COB} = 180^0$, vì là hai góc kề bù.

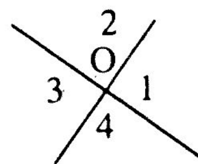
$\widehat{BOD} + \widehat{COB} = 180^0$, vì là hai góc kề bù.

Suy ra: $\widehat{AOC} = \widehat{BOD}$.

b. Chứng minh tương tự, ta cũng có $\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$

Ví dụ 6: Vẽ hai đường thẳng cắt nhau sao cho trong các góc tạo thành có một góc 90^0. Chứng tỏ rằng số đo các góc còn lại đều bằng nhau.

Giải



Giả sử hai đường thẳng cắt nhau tại O và $\hat{O}_1 = 90^0$.

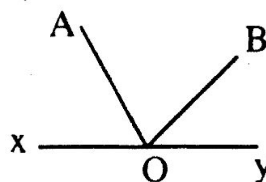
Ta có: $\hat{O}_1 = \hat{O}_3 = 90^0$, vì chúng là hai cùng kề bù với góc $\hat{O}_2$.

$\hat{O}_2 = \hat{O}_4$, vì chúng là hai cùng kề bù với góc $\hat{O}_1$.

$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^0 \Rightarrow O_4 = \hat{O}_2 = 180^0 - \hat{O}_1 = 180^0 - 90^0 = 90^0$.

Vậy, ta được $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \hat{O}_4 = 90^0$.

Ví dụ 7: Cho hình vẽ, biết hai tia Ox và Oy đối nhau. Tính số đo của góc $\widehat{AOB}$, biết:



a. $\widehat{xOA} = \alpha$, $\widehat{yOB} = \beta$.

b. $\widehat{xOB} = \alpha$, $\widehat{yOA} = \beta$.

Giải

Vì hai tia Ox và Oy đối nhau nên $x\hat{O}y = 180^0$.

a. Ta có: $\widehat{xOA} + \widehat{AOB} + \widehat{BOy} = \widehat{xOy} \Leftrightarrow \widehat{AOB} = \widehat{xOy} - \widehat{xOA} - \widehat{BOy}$

$$= 180^0 - \alpha - \beta.$$

Vậy, ta nhận được $\widehat{AOB} = 180^0 - \alpha - \beta$.

b. Ta có thể trình bày theo ba cách sau:

Cách 1: Ta lần lượt có: $\widehat{xOB} + \widehat{BOy} = \widehat{xOy} \Leftrightarrow \widehat{BOy} = \widehat{xOy} - \widehat{xOB} = 180^0 - \alpha$.

$\widehat{AOB} + \widehat{BOy} = \widehat{AOy} \Leftrightarrow \widehat{AOB} = \widehat{AOy} - \widehat{BOy} = \beta - (180^0 - \alpha) = \alpha + \beta - 180^0$.

Vậy, ta nhận được $\widehat{AOB} = \alpha + \beta - 180^0$.

Cách 2: Ta lần lượt có: $\widehat{xOA} + \widehat{AOy} = \widehat{xOy} \Leftrightarrow \widehat{xOA} = \widehat{xOy} - \widehat{AOy} = 180^0 - \beta$.

$\widehat{xOA} + \widehat{AOB} = \widehat{xOB} \Leftrightarrow \widehat{AOB} = \widehat{xOB} - \widehat{xOA} = \alpha - (180^0 - \beta) = \alpha + \beta - 180^0$.

Vậy, ta nhận được $\widehat{AOB} = \alpha + \beta - 180^0$.

Cách 3: Ta có:

$\widehat{xOA} + \widehat{AOB} + \widehat{BOy} = \widehat{xOy} \Leftrightarrow \widehat{xOA} + \widehat{AOB} + \widehat{AOB} + \widehat{BOy} = \widehat{xOy} + \widehat{AOB}$

$\Leftrightarrow \widehat{xOB} + \widehat{yOA} = \widehat{xOy} + \widehat{AOB} \Leftrightarrow \widehat{AOB} = \widehat{xOB} + \widehat{yOA} = \widehat{xOy} = \alpha + \beta - 180^0$.

Vậy, ta nhận được $\widehat{AOB} = \alpha + \beta - 180^0$.

Nhận xét: Trong thí dụ trên, ta thấy:

1. Cách 1 và cách 2, dựa trên cùng một ý tưởng, đó là " *Muốn tính số đo của một trong hai góc kề nhau ta cần biết số đo của hai trong ba góc được tạo ra bởi hai góc kề nhau đó* ".
2. Cách 3 chúng ta sử dụng phép thêm bớt góc $\widehat{AOB}$ vào hai vế để nhận được nhóm hai góc đã biết.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Khi nào thì $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}$?

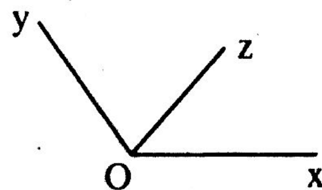
Câu hỏi 2: Nêu định nghĩa hai góc kề nhau, hai góc phụ nhau, hai góc bù nhau, hai góc kề bù. Vẽ hình minh hoạ.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Cho bốn đường thẳng AE, BF, CG, DH đồng quy tại O, trong đó tia OB nằm giữa hai tia OA và OC, tia OC nằm giữa hai tia OB và OD.

a. Kể tên các góc kề với góc $\widehat{AOB}$.

b. Kể tên các góc kề bù với góc $\widehat{AOB}$.



Bài tập 2. Cho hình vẽ, tính số đo của góc $x\hat{O}z$, biết:

a. $\widehat{xOy} = 120^0$, $\widehat{yOz} = 70^0$.

b. $\widehat{xOy} = 120^0$, $\widehat{yOz} = \frac{2}{3}\widehat{xOy}$.

c. $\widehat{xOy} = 135^0$, $\widehat{yOz} = 2\widehat{xOz}$.

Bài tập 3. Cho $\widehat{xOy} = 60^0$. Tia Oz nằm trong góc xOy. Tính số đo của các góc $\widehat{zOx}$, $\widehat{zOy}$, biết:

a. $\widehat{zOx} = \frac{1}{4}\widehat{xOy}$.   b. $\widehat{yOz} - \widehat{xOz} = 10^0$

Bài tập 4. Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O. Biết rằng: : $\widehat{AOC} - \widehat{BOC} = 50^0$. Tính số đo các góc $\widehat{AOC}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{BOD}$, $\widehat{AOD}$.

Bài tập 5. Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O. Biết rằng $\widehat{AOC} = 3\widehat{BOC}$.. Tính số đo các góc $\widehat{AOC}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{BOD}$, $\widehat{AOD}$.

Bài tập 6. Hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O. Biết rằng $\widehat{AOC} + \widehat{BOD} = 60^0$. Tính số đo các góc $\widehat{AOC}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{BOD}$, $\widehat{AOD}$.

Bài tập 7. Hai đường thẳng cắt nhau tạo thành 4 góc (như trong hình vẽ). Tính số đo của các góc còn lại nếu biết:

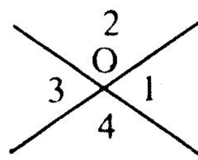
a. $\widehat{O}_1 = 75^0$.

b. $\widehat{O}_1 + \widehat{O}_3 = 140^0$.

c. $\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 + \widehat{O}_3 = 240^0$.

d. $\widehat{O}_2 - \widehat{O}_1 = 30^0$.

e. $\widehat{O}_2 = 2\widehat{O}_1$.

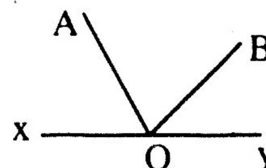


Bài tập 8. Cho hình vẽ, biết hai tia Ox và Oy đối nhau.

Tính số đo của góc $\widehat{AOB}$, biết:

a. $\widehat{xOA} = 33^0$, $\widehat{yOB} = 58^0$.

b. $\widehat{xOB} = 135^0$, $\widehat{yOA} = 125^0$.



Bài tập 9. Trên đường thẳng a từ trái sang phải ta lấy các điểm A, B, C, D và lấy điểm O nằm ngoài đường thẳng a. Biết $\widehat{AOB} = 35^0$, $\widehat{BOC} = 40^0$, $\widehat{AOD} = 100^0$, tính số đo của các góc $\widehat{AOC}, \widehat{COD}, \widehat{DOB}$.

Bài tập 10. Trên đường thẳng a từ trái sang phải ta lấy các điểm A, B, C, D và lấy điểm O nằm ngoài đường thẳng a. Biết $\widehat{AOB} = 2\widehat{BOC} = 4\widehat{COD}$, $\widehat{AOD} = 140^0$, tính số đo của các góc $\widehat{COD}, \widehat{AOB}, \widehat{BOC}, \widehat{AOC}, \widehat{DOB}$.

V. HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

Bài tập 1. *Học sinh tự làm.*

Bài tập 2.

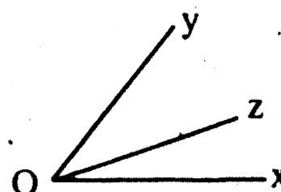
a. Ta có: $\widehat{xOz} = \widehat{xOy} - \widehat{yOz} = 120^0 - 70^0 = 50^0$.

b. Ta lần lượt có: $\widehat{yOz} = \frac{2}{3}\widehat{xOy} = \frac{2}{3}.120^0 = 80^0$.

$\widehat{xOz} = \widehat{xOy} - \widehat{yOz} = 120^0 - 80^0 = 40^0$.

c. Ta có: $\widehat{xOz} + \widehat{yOz} = \widehat{xOy} \Leftrightarrow \widehat{xOz} + 2\widehat{xOz} = \widehat{xOy}$

$\Leftrightarrow 3\widehat{xOz} = 135^0 \Leftrightarrow \widehat{xOz} = 45^0$.



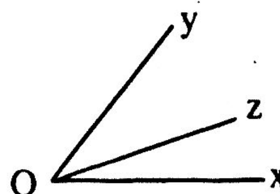
Bài tập 3.

a. Theo giả thiết, ta có: $z\hat{O}x = \frac{1}{4}x\hat{O}y = \frac{1}{4}.60^0 = 15^0$.

Ta có: $x\hat{O}z + z\hat{O}y = x\hat{O}y$

$\Leftrightarrow z\hat{O}y = x\hat{O}y - x\hat{O}z = 60^0 - 15^0 = 45^0$.

Vậy, ta được $\widehat{zOx} = 15^0$, $\widehat{zOy} = 45^0$.



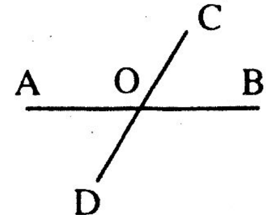
b. Theo giả thiết, ta có: $\widehat{yOz} - \widehat{xOz} = 10^0 \Leftrightarrow \widehat{yOz} = 10^0 + \widehat{xOz}$.

Ta có: $\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = \widehat{xOy} \Leftrightarrow \widehat{xOz} + 10^0 + \widehat{xOz} = 60^0$

$\Leftrightarrow\ 2\widehat{xOz} = 50^0 \Leftrightarrow \widehat{xOz} = 25^0 \Rightarrow \widehat{yOz} = 10^0 + \widehat{xOz} = 25^0 + 10^0 = 35^0$

Vậy, ta được $\widehat{zOx} = 25^0, \widehat{zOy} = 35^0$.

Bài tập 4. Theo giả thiết, ta có: $\widehat{AOC} - \widehat{BOC} = 50^0 \Leftrightarrow \widehat{AOC} = 50^0 + \widehat{BOC}$.



Ta có: $\widehat{AOC} + \widehat{COB} = 180^0 \Leftrightarrow 50^0 + \widehat{BOC} + \widehat{COB} = 180^0$

$\Leftrightarrow\ 2\widehat{COB} = 130^0 \Leftrightarrow \widehat{COB} = 65^0$

$\widehat{AOC} = 50^0 + \widehat{BOC} = 50^0 + 65^0 = 115^0$

$\widehat{AOC} + \widehat{AOD} = 180^0 \Leftrightarrow \widehat{AOD} = 180^0 - \widehat{AOC} = 180^0 - 115^0 = 65^0$

$\widehat{BOD} + \widehat{BOC} = 180^0 \Leftrightarrow \widehat{BOD} = 180^0 - \widehat{BOC} = 180^0 - 65^0 = 115^0$

Vậy, ta được : $\widehat{AOC} = \widehat{BOD} = 115^0, \widehat{COB} = \widehat{AOD} = 65^0$

Bài tập 5. Ta có: $\widehat{AOC} + \widehat{COB} = 180^0 \Leftrightarrow 3\widehat{BOC} + \widehat{COB} = 180^0$

$\Leftrightarrow\ 4\widehat{COB} = 180^0 \Leftrightarrow \widehat{COB} = 45^0$

$\widehat{AOC} = 3\widehat{BOC} = 3.45^0 = 135^0$

$\widehat{AOC} + \widehat{AOD} = 180^0 \Leftrightarrow \widehat{AOD} = 180^0 - \widehat{AOC} = 180^0 - 135^0 = 45^0$

$\widehat{BOD} + \widehat{BOC} = 180^0 \Leftrightarrow \widehat{BOD} = 180^0 - \widehat{BOC} = 180^0 - 45^0 = 135^0$

Vậy, ta được : $\widehat{AOC} = \widehat{BOD} = 135^0, \widehat{COB} = \widehat{AOD} = 45^0$

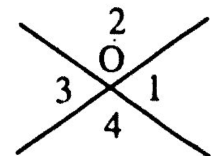
Bài tập 6. $\widehat{AOC} = \widehat{BOD} = 30^0, \widehat{COB} = \widehat{AOD} = 150^0$.

Bài tập 7.

a. Ta có: $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_3 = 75^0$, vì chúng là hai cùng kề bù với góc $\widehat{O}_2$.

$\widehat{O}_2 = \widehat{O}_4 = 75^0$, vì chúng là hai cùng kề bù với góc $\widehat{O}_3$.

$\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = 180^0 \Rightarrow \widehat{O}_4 = \widehat{O}_2 = 180^0 - \widehat{O}_1 = 180^0 - 75^0 = 105^0$



b. Ta có: $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_3 = \dfrac{140^0}{2} = 70^0$.

$\widehat{O}_2 = \widehat{O}_4 = 180^0 - 70^0 = 110^0$

c. Ta có: $\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 + \widehat{O}_3 + \widehat{O}_4 = 360^0$

$\Rightarrow \widehat{O}_2 = \widehat{O}_4 = 360^0 - \left(\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 + \widehat{O}_3\right) = 360^0 - 240^0 = 120^0$

$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_3 = 180^0 - 120^0 = 60^0$.

d. Ta có: $\widehat{O}_2 - \widehat{O}_1 = 30^0 \Rightarrow \widehat{O}_2 = 30^0 + \widehat{O}_1$

Mặt khác, ta cũng có:

$\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = 180^0 \Leftrightarrow \widehat{O}_1 + 30^0 + \widehat{O}_1 = 180^0 \Leftrightarrow \widehat{O}_1 = \widehat{O}_3 = 75^0$

$\widehat{O}_2 = \widehat{O}_4 = 30^0 + \widehat{O}_1 = 105^0$

e. Ta có: $\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = 180^0 \Leftrightarrow \widehat{O}_1 + 2\widehat{O}_1 = 180^0 \Leftrightarrow \widehat{O}_1 = \widehat{O}_3 = 60^0$.

$\widehat{O}_4 = \widehat{O}_2 = 2\widehat{O}_1 = 120^0$

Bài tập 8.

a. Ta có: $\widehat{xOA} + \widehat{AOB} + \widehat{BOy} = \widehat{xOy}$

$\Leftrightarrow \widehat{AOB} = \widehat{xOy} - \widehat{xOA} - \widehat{BOy} = 180^0 - 33^0 - 58^0 = 89^0$

Vậy, ta nhận được $\widehat{AOB} = 89^0$.

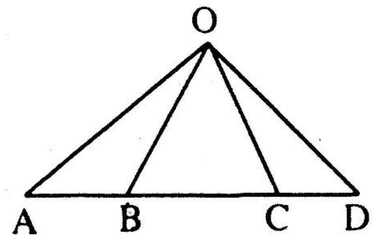
b. Ta lần lượt có:

$\widehat{xOA} + \widehat{AOy} = \widehat{xOy} \Leftrightarrow \widehat{xOA} = \widehat{xOy} - \widehat{AOy} = 180^0 - 125^0 = 55^0$

$\widehat{xOA} + \widehat{AOB} = \widehat{xOB} \Leftrightarrow \widehat{AOB} = \widehat{xOB} - \widehat{xOA} = 135^0 - 55^0 = 80^0$

Vậy, ta nhận được $\widehat{AOB} = 80^0$.

Bài tập 9.



Ta có: $\widehat{AOC} = \widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 35^0 + 40^0 = 75^0$

$\widehat{COD} = \widehat{AOD} - \widehat{AOC} = 100^0 - 75^0 = 25^0$

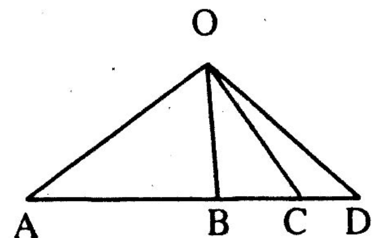
$\widehat{DOB} = \widehat{DOC} + \widehat{COB} = 25^0 + 40^0 = 65^0$

Vậy, ta được : $\widehat{AOC} = 75^0$, $\widehat{COD} = 25^0$, $\widehat{DOB} = 65^0$.

Bài tập 10. Ta có:

$\widehat{AOD} = \widehat{AOB} + \widehat{BOC} + \widehat{COD} = 4\widehat{COD} + 2\widehat{COD} + \widehat{COD} = 7\widehat{COD}$

$\Leftrightarrow 140^0 = 7\widehat{COD} \Leftrightarrow \widehat{COD} = 20^0$.



$\widehat{AOB} = 4\widehat{COD} = 4.20^0 = 80^0$

$\widehat{BOC} = 2\widehat{COD} = 2.20^0 = 40^0$

$\widehat{AOC} = \widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 80^0 + 40^0 = 120^0$

$\widehat{DOB} = \widehat{DOC} + \widehat{COB} = 20^0 + 40^0 = 60^0$

Vậy, ta được :

$\widehat{COD} = 20^0$, $\widehat{AOB} = 80^0$, $\widehat{BOC} = 40^0$, $\widehat{AOC} = 120^0$, $\widehat{DOB} = 60^0$



VẼ GÓC CHO BIẾT SỐ ĐO

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

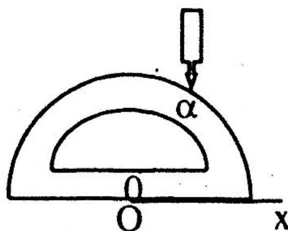
1. VẼ GÓC TRÊN NỬA MẶT PHẲNG

> ***Bài toán 1***: Cho tia Ox. Vẽ góc $\widehat{xOy} = \alpha$, với $0^0 \le \alpha \le 180^0$.

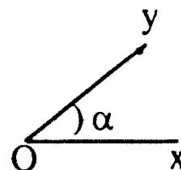
Cách vẽ

Chúng ta thực hiện theo các bước:

Bước 1: Đặt thước đo góc trên nửa mặt phẳng có bờ chứa tia Ox, sao cho tâm của thước trùng với gốc O và tia Ox đi qua vạch 0 của thước. Đánh dấu điểm tại vạch α (*hình a*).



Hình a



Hình b

Bước 2: Kẻ tia Oy đi qua O và vạch α của thước đo góc (*hình b*).

Khi đó ta nhận được góc $\widehat{xOy}$ cần vẽ.

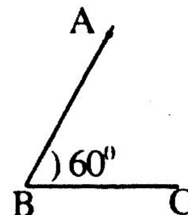
Nhận xét: Trên nửa mặt phẳng cho trước có bờ chứa tia Ox, bao giờ cũng vẽ được một và chỉ một tia Oy sao cho $\widehat{xOy} = \alpha$.

Thí dụ 1: Hãy vẽ góc $\widehat{ABC} = 60^0$.

Giải

Ta thực hiện như sau:

- Vẽ tia BC bất kì.
- Vẽ tia BA tạo với tia BC góc 60^0 (phương pháp đã được biết trong bài toán 1).



Khi đó, $\widehat{ABC}$ là góc cần vẽ.

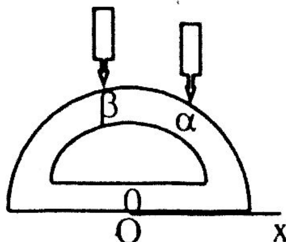
2. VẼ HAI GÓC TRÊN NỬA MẶT PHẲNG

> ***Bài toán 2***: Cho tia Ox. Vẽ góc $\widehat{xOy} = \alpha$ và $\widehat{xOz} = \beta$, với $0^0 \le \alpha, \beta \le 180^0$ trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ chứa tia Ox.

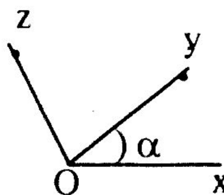
Cách vẽ:

Chúng ta thực hiện theo các bước:

Bước 1: Đặt thước đo góc trên nửa mặt phẳng có bờ chứa tia Ox, sao cho tâm của thước trùng với gốc O và tia Ox đi qua vạch 0 của thước. Đánh dấu điểm tại vạch α và vạch β (*hình a*).



Hình a



Hình b

Bước 2: Kẻ tia Oy đi qua O và vạch α của thước đo góc.

Kẻ tia Oz đi qua O và vạch β của thước đo góc (*hình b*).

Khi đó ta nhận được các góc $\widehat{xOy}$, $\widehat{xOz}$ cần vẽ.

Nhận xét:

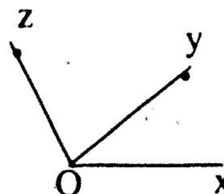
1. Ta cũng có thể trình bày theo cách " *Sử dụng hai lần phương pháp trong bài toán 1 để lần lượt dựng các góc $\widehat{xOy} = \alpha$ và $\widehat{xOz} = \beta$* ".
2. Trên hình b, với $\widehat{xOy} = \alpha$, $\widehat{xOz} = \beta$ và $\alpha < \beta$ nên tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz.

Thí dụ 2: Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ Ox, vẽ hai góc $\widehat{xOy} = 40^0$ và góc $\widehat{xOz} = 110^0$. Tính số đo góc $\widehat{yOz}$.

Giải

Ta thực hiện như sau:

- Vẽ tia Ox bất kì.
- Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ Ox, vẽ hai góc $\widehat{xOy} = 40^0$ và góc $\widehat{xOz} = 110^0$.



Nhận xét rằng: $\widehat{xOy} < \widehat{xOz} \Rightarrow$ tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz.

Khi đó: $\widehat{yOz} = \widehat{xOz} - \widehat{xOy} = 110^0 - 40^0 = 70^0$.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

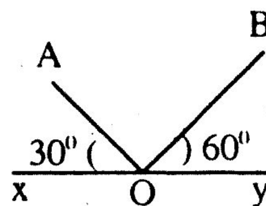
Ví dụ 1: Cho đường thẳng xy đi qua điểm O.

a. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ xy vẽ $\widehat{AOx} = 30^0$, $\widehat{BOy} = 60^0$.

b. Chứng tỏ rằng $\widehat{AOB} = 90^0$.

Giải

a. Câu a) được minh hoạ trong hình vẽ.



b. Ta có: $\widehat{xOA} + \widehat{AOB} + \widehat{yOB} = \widehat{xOy}$

$\Leftrightarrow \widehat{AOB} = \widehat{xOy} - \widehat{xOA} - \widehat{yOB}$

$= 180^0 - 30^0 - 60^0 = 90^0$

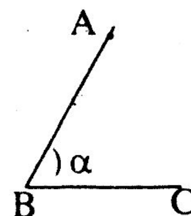
Vậy, ta được $\widehat{AOB} = 90^0$.

Ví dụ 2:

a. Hãy vẽ góc $\widehat{xOy} = \alpha$, với $0^0 \le \alpha \le 180^0$.

b. Trên mặt phẳng cho tia Ox. Có thể vẽ được mấy tia Oy sao cho $\widehat{xOy} = \alpha$.

Giải



a. Ta thực hiện như sau:

- Vẽ tia Ox bất kì.
- Vẽ tia Oy tạo với tia Ox góc α (phương pháp đã được biết trong bài toán 1).

Khi đó, $\widehat{xOy}$ là góc cần vẽ.

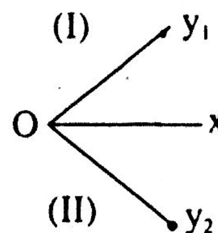
b. Ta xét các trường hợp:



Trường hợp 1: Nếu $\alpha = 0^0$ thì $\widehat{xOy} = 0^0 \Leftrightarrow Ox \equiv Oy$

tức là, vẽ được duy nhất một tia Oy thoả mãn điều kiện đầu bài.

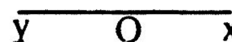
Trường hợp 2: Nếu $0^0 < \alpha < 180^0$ thì



- Trên nửa mặt phẳng (I) vẽ được duy nhất một tia Oy_1 sao cho $\widehat{xOy_1} = \alpha$.
- Trên nửa mặt phẳng (II) vẽ được duy nhất một tia Oy_2 sao cho $\widehat{xOy_2} = \alpha$.

tức là, vẽ được hai tia Oy thoả mãn điều kiện đầu bài.

Trường hợp 3: Nếu $\alpha = 180^0$ thì



$\widehat{xOy} = 180^0 \Leftrightarrow$ Ox, Oy là hai tia đối nhau

tức là, vẽ được duy nhất một tia Oy thoả mãn điều kiện đầu bài.

Ví dụ 3: Cho đường thẳng xy.

a. Hãy vẽ góc $\widehat{xOy} = 180^0$.

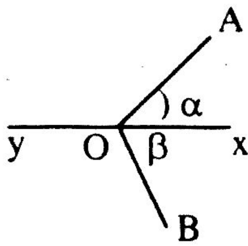
b. Trên nửa mặt phẳng thứ nhất bờ xy, vẽ góc $\widehat{xOA} = \alpha$, với $0^0 < \alpha < 180^0$.

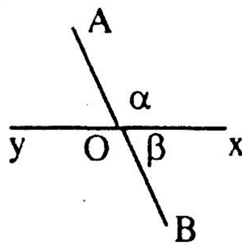
c. Trên nửa mặt phẳng thứ hai bờ xy, vẽ góc $\widehat{xOB} = \beta$, với $0^0 < \beta < 180^0$.

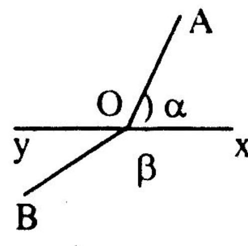
Đánh giá theo tổng $\alpha + \beta$ để chỉ ra xem tia nào trong hai tia Ox, Oy nằm giữa hai tia OA và OB.

Giải

Các câu a), b), c) được minh hoạ trong hình vẽ.







Trong hai hình vẽ trên ta thấy:

- Nếu $\alpha + \beta < 180^0$ thì Ox nằm giữa hai tia OA, OB.
- Nếu $\alpha + \beta = 180^0$ thì Ox, Oy đều nằm giữa hai tia OA, OB.
- Nếu $\alpha + \beta > 180^0$ thì Oy nằm giữa hai tia OA, OB.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Nêu các bước để thực hiện bài toán "*Cho tia Ox. Vẽ góc* $\widehat{xOy} = \alpha$, *với* $0^0 \le \alpha \le 180^0$".

Câu hỏi 2: Nêu các bước để thực hiện bài toán " *Cho tia Ox. Vẽ góc* $\widehat{xOy} = \alpha$ *và* $\widehat{xOz} = \beta$, *với* $0^0 \le \alpha, \beta \le 180^0$ *trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ chứa tia Ox* ".

Câu hỏi 3: Trên mặt phẳng cho tia Ox. Có thể vẽ được mấy tia Oy sao cho $\widehat{xOy} = \alpha$.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Hãy vẽ góc $\widehat{ABC}$, biết:

a. $\widehat{ABC} = 30^0$. b. $\widehat{ABC} = 45^0$. c. $\widehat{ABC} = 135^0$.

c. $\widehat{ABC} = 90^0$. e. $\widehat{ABC} = 0^0$. f. $\widehat{ABC} = 180^0$.

Bài tập 2. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ Ox, vẽ hai góc $\widehat{xOy}$ và góc $\widehat{xOz}$.

Tính số đo góc $\widehat{yOz}$, biết:

a. $\widehat{xOy} = 30^0$ và $\widehat{xOz} = 120^0$. b. $\widehat{xOy} = 45^0$ và $\widehat{xOz} = 90^0$.

c. $\widehat{xOy} = 100^0$ và $\widehat{xOz} = 95^0$. d. $\widehat{xOy} = 150^0$ và $\widehat{xOz} = 15^0$.

Bài tập 3. Cho đường thẳng xy đi qua điểm O.

a. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ xy vẽ $\widehat{AOx} = 20^0$, $\widehat{BOy} = 60^0$.

b. Chứng tỏ rằng $\widehat{AOB} = 100^0$.

Bài tập 4. Cho đường thẳng xy đi qua điểm O.

a. Vẽ $\widehat{AOx} = 15^0$, $\widehat{BOy} = 75^0$.

b. Tính số đo góc $\widehat{AOB}$.

Bài tập 5. Trên mặt phẳng cho tia Ox. Vẽ hai góc $\widehat{xOy}$ và góc $\widehat{xOz}$. Tính số đo góc $\widehat{yOz}$, biết:

a. $\widehat{xOy} = 45^0$ và $\widehat{xOz} = 135^0$.

b. $\widehat{xOy} = 60^0$ và $\widehat{xOz} = 85^0$.

c. $\widehat{xOy} = 100^0$ và $\widehat{xOz} = 15^0$.

d. $\widehat{xOy} = 150^0$ và $\widehat{xOz} = 80^0$.

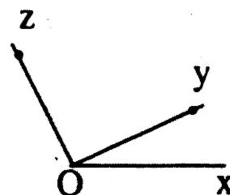
V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1. *Học sinh tự làm.*

Bài tập 2.

a. Ta thực hiện như sau:

- Vẽ tia Ox bất kì.
- Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ Ox, vẽ hai góc $\widehat{xOy} = 30^0$ và $\widehat{xOz} = 120^0$



Nhận xét rằng: $\widehat{xOy} < \widehat{xOz} \Rightarrow$ tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz.

Khi đó: $\widehat{yOz} = \widehat{xOz} - \widehat{xOy} = 120^0 - 30^0 = 90^0$.

b. *Học sinh tự vẽ hình.*

Nhận xét rằng: $\widehat{xOy} < \widehat{xOz} \Rightarrow$ tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz.

Khi đó: $\widehat{yOz} = \widehat{xOz} - \widehat{xOy} = 90^0 - 45^0 = 45^0$.

c. *Học sinh tự vẽ hình.*

Nhận xét rằng: $\widehat{xOy} > \widehat{xOz} \Rightarrow$ tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy.

Khi đó: $\widehat{yOz} = \widehat{xOy} - \widehat{xOz} = 100^0 - 95^0 = 5^0$.

d. *Học sinh tự vẽ hình.*

Nhận xét rằng: $\widehat{xOy} > \widehat{xOz} \Rightarrow$ tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy.

Khi đó: $\widehat{yOz} = \widehat{xOy} - \widehat{xOz} = 150^0 - 15^0 = 135^0$.

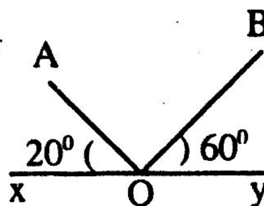
Bài tập 3.

a. Câu a) được minh hoạ trong hình vẽ.

b. Ta có: $\widehat{xOA} + \widehat{AOB} + \widehat{yOB} = \widehat{xOy}$

$\Leftrightarrow \widehat{AOB} = \widehat{xOy} - \widehat{xOA} - \widehat{yOB}$

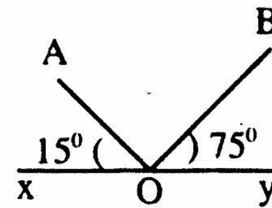
$= 180^0 - 20^0 - 60^0 = 100^0$.



Vậy, ta được $\widehat{AOB} = 100^0$.

Bài tập 4. Ta xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: Vẽ $\widehat{AOx} = 15^0$, $\widehat{BOy} = 75^0$ trên cùng một nửa mặt phẳng bờ xy.



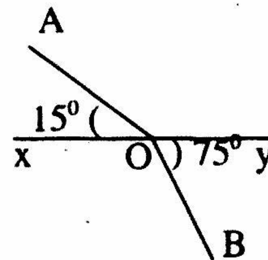
Khi đó: $\widehat{AOB} = \widehat{xOy} - \widehat{xOA} - \widehat{yOB}$

$= 180^0 - 15^0 - 75^0 = 90^0$.

Vậy, ta được $\widehat{AOB} = 90^0$.

Trường hợp 2: Vẽ $\widehat{AOx} = 15^0$, $\widehat{BOy} = 75^0$ trên hai nửa mặt phẳng bờ xy.

Khi đó:



$\widehat{xOB} = \widehat{xOy} - \widehat{BOy} = 180^0 - 75^0 = 105^0$

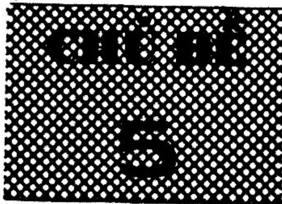
$\widehat{AOB} = \widehat{xOA} + \widehat{xOB} = 15^0 + 105^0 = 120^0$.

Vậy, ta được $\widehat{AOB} = 120^0$.

Bài tập 5. *Hướng dẫn*: Xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: Vẽ hai góc $x\hat{O}y$ và góc $x\hat{O}z$ trên cùng một nửa mặt phẳng bờ xy.

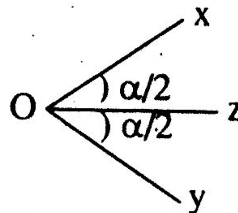
Trường hợp 2: Vẽ hai góc $x\hat{O}y$ và góc $x\hat{O}z$ trên hai nửa mặt phẳng bờ xy.



TIA PHÂN GIÁC CỦA GÓC

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC LÀ GÌ ?



Chúng ta sẽ bắt đầu với việc thực hiện:

- Vẽ góc $\widehat{xOy} = \alpha$.
- Trong góc $\widehat{xOy}$ vẽ tia Oz sao cho $\widehat{xOz} = \frac{\alpha}{2}$.

Khi đó, ta nhận thấy: $\widehat{yOz} = \widehat{xOy} - \widehat{xOz} = \alpha - \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$

$$\Rightarrow \widehat{xOz} = \widehat{yOz} = \frac{\widehat{xOy}}{2}$$

trong trường hợp này Oz được gọi là tia phân giác của góc xÔy.
Như vậy, ta có định nghĩa:

> *Tia phân giác của một góc là tia nằm giữa hai cạnh của góc và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau.*

Nhận xét: Qua định nghĩa trên ta nhận thấy Oz là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$, khi và chỉ khi nó thoả mãn đồng thời hai điều kiện:

1. Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy (tức là xÔz, yÔz là hai góc kề nhau).
2. $\widehat{xOz} = \widehat{yOz}$.

Thí dụ 1: Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ Ox, vẽ tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOz} = 40^0$, $\widehat{xOy} = 80^0$.

a. Tia Oz có nằm giữa hai tia Ox và Oy không ?

b. So sánh góc $\widehat{xOz}$ và $\widehat{yOz}$.

c. Tia Oz có phải là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ không ? Vì sao ?

Giải

a. Nhận xét rằng: $\widehat{xOz} < \widehat{xOy}$ ⇒ tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy.

b. Ta có: $\widehat{yOz} = \widehat{xOy} - \widehat{xOz} = 80^0 - 40^0 = 40^0 = \widehat{xOz}$.

c. Tia Oz có phải là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ bởi:

- Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy.
- $\widehat{xOz} = \widehat{yOz}$.

Thí dụ 2: Gọi Oa, Ob theo thứ tự là tia phân giác của hai góc kề bù $\widehat{xOz}$ và $\widehat{yOz}$.

Chứng minh rằng $\widehat{aOb} = 90^0$.

Giải

Ta lần lượt nhận xét:

- Vì $\widehat{xOz}$ và $\widehat{yOz}$ là hai góc kề bù nên:

$$\widehat{xOz} + \widehat{yOz} = \widehat{xOy} = 180^0.$$

- Vì Oa là tia phân giác của góc $\widehat{xOz}$ nên:

$$\widehat{xOa} = \widehat{zOa} = \frac{\widehat{xOz}}{2}.$$

- Vì Ob là tia phân giác của góc $\widehat{yOz}$ nên: $\widehat{yOb} = \widehat{zOb} = \dfrac{\widehat{yOz}}{2}$.

Ta có: $\widehat{aOb} = \widehat{aOz} + \widehat{bOz} = \dfrac{\widehat{xOz}}{2} + \dfrac{\widehat{yOz}}{2} = \dfrac{1}{2}\left(\widehat{xOz} + \widehat{yOz}\right) = \dfrac{1}{2}\widehat{xOy} = 90^0$

Nhận xét: Qua thí dụ trên, ta nhận được kết quả " *Hai tia phân giác của hai góc kề bù thì vuông góc với nhau* ".

2. CÁCH VẼ TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC

Bài toán: Vẽ tia phân giác của góc $\widehat{xOy} = \alpha$, với $0^0 < \alpha \le 180^0$.

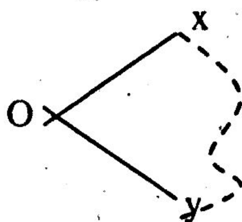
Cách vẽ

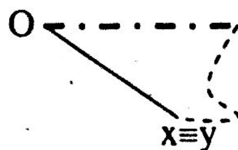
Chúng ta có hai cách:

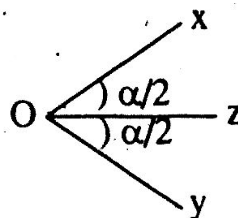
Cách 1: Vẽ tia Oz nằm giữa Ox, Oy sao cho $\widehat{xOz} = \dfrac{\alpha}{2}$.

Cách 2: (Gấp giấy): Thực hiện theo các bước:

Bước 1: Vẽ góc $\widehat{xOy}$ lên giấy trong. Gấp giấy sao cho cạnh Ox trùng với cạnh Oy. Nếp gấp cho ta vị trí của tia phân giác.







Bước 2: Vẽ tia phân giác theo nếp gấp đó.

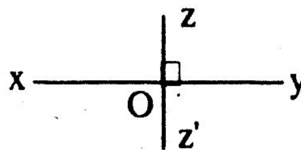
Nhận xét: Mỗi góc (không phải là góc bẹt) chỉ có một tia phân giác.

Thí dụ 3: Hãy vẽ tia phân giác của góc bẹt.

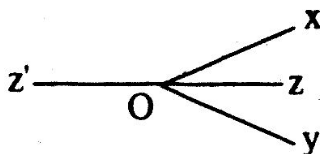
Giải

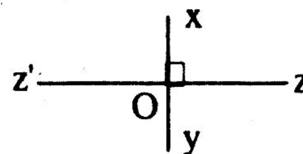
Xét góc bẹt $\widehat{xOy}$, ta có $\widehat{xOy} = 180^0$.

Vẽ tia Oz sao cho $\widehat{xOz} = \dfrac{180^0}{2} = 90^0$.



Chú ý: Đường thẳng chứa tia phân giác của một góc là *đường phân giác* của góc đó.





Trên hình vẽ đường thẳng zz' là đường phân giác của góc $\widehat{xOy}$.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1:

a. Vẽ góc bẹt $\widehat{xOy}$.

b. Vẽ tia Oa sao cho $\widehat{xOa} = 30^0$.

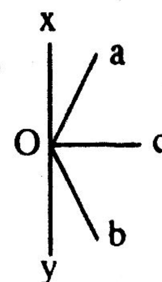
c. Vẽ tia Ob sao cho $\widehat{xOb} = 30^0$, với Oa, Ob cùng nằm trên một nửa mặt phẳng bờ xy.

d. Vẽ tia phân giác Oc của góc $\widehat{aOb}$.

e. Chứng tỏ rằng Oc cũng là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$.

Giải

Các câu a), b), c), d) được minh hoạ trên hình vẽ.



d. Ta có: $\widehat{aOb} = \widehat{xOy} - \widehat{xOa} - \widehat{yOb} = 180^0 - 30^0 - 30^0 = 120^0$.

$$\widehat{aOc} = \frac{\widehat{aOb}}{2} = 60^0.$$

$$\widehat{xOc} = \widehat{xOa} + \widehat{aOc} = 30^0 + 60^0 = 90^0$$

suy ra, Oc là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$.

Ví dụ 2:

a. Vẽ hai góc kề bù $\widehat{xOz}$, $\widehat{zOy}$ với $\widehat{xOz} = 130^0$.

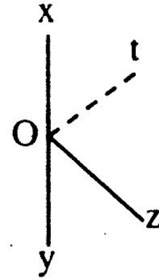
b. Gọi Ot là tia phân giác của góc $x\hat{O}z$, tính số đo góc $\widehat{tOy}$.

Giải

a. Với giả thiết $\widehat{xOz}$ và $\widehat{zOy}$ là hai góc kề bù, suy ra $\widehat{xOy} = 180^0$.

Ta thực hiện:

- Vẽ góc bẹt $\widehat{xOy}$.
- Trên nửa mặt phẳng bờ Ox, vẽ góc $\widehat{xOz} = 130^0$.



b. Vì Ot là tia phân giác của góc $\widehat{xOz}$ nên:

$\widehat{xOt} = \widehat{zOt} = \dfrac{\widehat{xOz}}{2} = 65^0$.

Khi đó: $\widehat{tOy} = \widehat{xOy} - \widehat{xOt} = 180^0 - 65^0 = 115^0$.

Vậy, ta được $\widehat{tOy} = 115^0$.

Ví dụ 3:

a. Vẽ hai góc kề bù $\widehat{xOz}$, $\widehat{zOy}$ với $\widehat{xOz} = 60^0$.

b. Gọi Oa, Ob theo thứ tự là tia phân giác của các góc $\widehat{xOz}$, $\widehat{yOz}$, tính số đo các góc $\widehat{aOz}$, $\widehat{yOz}$, $\widehat{bOy}$, $\widehat{aOb}$, $\widehat{xOb}$.

Giải

a. Với giả thiết $\widehat{xOz}$ và $\widehat{zOy}$ là hai góc kề bù, suy ra $\widehat{xOy} = 180^0$.

Ta thực hiện:

- Vẽ góc bẹt $\widehat{xOy}$.
- Trên nửa mặt phẳng bờ Ox, vẽ góc $\widehat{xOz} = 60^0$.

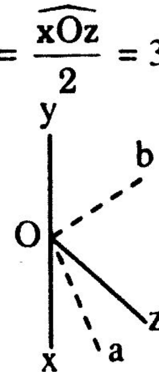
b. Vì Oa là tia phân giác của góc $\widehat{xOz}$ nên: $\widehat{aOz} = \widehat{aOx} = \dfrac{\widehat{xOz}}{2} = 30^0$.

Ta có: $\widehat{yOz} = \widehat{xOy} - \widehat{xOz} = 180^0 - 60^0 = 120^0$.

$$\widehat{bOy} = \widehat{bOz} = \frac{\widehat{yOz}}{2} = 60^0.$$

$$\widehat{aOb} = \widehat{aOz} + \widehat{bOz} = 30^0 + 60^0 = 90^0.$$

$$\widehat{xOb} = \widehat{xOz} + \widehat{bOz} = 60^0 + 60^0 = 120^0.$$

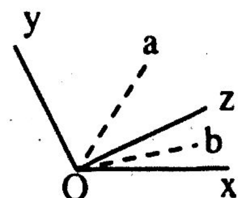


Ví dụ 4: Vẽ hai tia Oy, Oz trên cùng một nửa mặt phẳng bờ Ox sao cho $\widehat{xOy} = 130^0$, $\widehat{xOz} = 20^0$. Vẽ các tia phân giác Oa, Ob của các góc $\widehat{xOy}$, $\widehat{xOz}$.

Tính số đo góc $\widehat{aOb}$.

Giải

Vì Oa là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ nên:



$$\widehat{aOx} = \widehat{aOy} = \frac{\widehat{xOy}}{2} = 65^0.$$

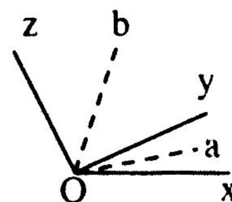
Vì Ob là tia phân giác của góc $\widehat{xOz}$ nên: $\widehat{bOx} = \widehat{bOz} = \frac{\widehat{yOz}}{2} = 10^0$.

Từ đó, ta được: $\widehat{aOb} = \widehat{xOy} - \widehat{aOy} - \widehat{bOx} = 130^0 - 65^0 - 10^0 = 55^0$

Vậy, ta được $\widehat{aOb} = 55^0$.

Ví dụ 5: Vẽ hai tia Oy, Oz trên cùng một nửa mặt phẳng bờ Ox sao cho $\widehat{xOy} = 30^0$, $\widehat{xOz} = 110^0$. Vẽ các tia phân giác Oa, Ob của các góc $\widehat{xOy}$, $\widehat{yOz}$.

Tính số đo góc $\widehat{aOb}$.



Giải

Vì Oa là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ nên:

$$\widehat{aOx} = \widehat{aOy} = \frac{\widehat{xOy}}{2} = 15^0.$$

Nhận xét rằng: $\widehat{xOy} < \widehat{xOz} \Rightarrow$ tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz.

Khi đó: $\widehat{yOz} = \widehat{xOz} - \widehat{xOy} = 110^0 - 30^0 = 80^0$

Vì Ob là tia phân giác của góc $\widehat{yOz}$ nên: $\widehat{bOy} = \widehat{bOz} = \frac{\widehat{yOz}}{2} = 40^0$

Từ đó, ta được: $\widehat{aOb} = \widehat{aOy} + \widehat{bOy} = 15^0 + 40^0 = 55^0$

Vậy, ta được $\widehat{aOb} = 55^0$.

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Khi nào ta kết luận được tia Oz là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$? Trong những câu trả lời sau, hãy chọn những câu đúng:

Tia Oz là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ khi:

a. $\widehat{xOz} = \widehat{yOz}$.

b. $\widehat{xOz} + \widehat{yOz} = \widehat{xOy}$.

c. $\widehat{xOz} = \widehat{yOz}$ và $\widehat{xOz} + \widehat{yOz} = \widehat{xOy}$.

d. $\widehat{xOz} = \widehat{yOz} = \frac{\widehat{xOy}}{2}$.

Câu hỏi 2: Trình bày cách vẽ tia phân giác của một góc.

Câu hỏi 3: Mỗi góc có bao nhiêu tia phân giác ?

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Thực hiện các công việc:

a. Vẽ góc $\widehat{xOy} = 60^0$.

b. Vẽ tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ cho trong câu a).

Hướng dẫn: Sử dụng hai cách:

Cách 1: Dùng thước đo.

Cách 2: Gấp giấy.

Bài tập 2.

a. Vẽ góc bẹt $\widehat{xOy}$.

b. Vẽ tia Oa sao cho $\widehat{xOa} = 40^0$.

c. Vẽ tia Ob sao cho $\widehat{xOb} = 40^0$, với Oa, Ob cùng nằm trên một nửa mặt phẳng bờ xy.

d. Vẽ tia phân giác Oc của góc $\widehat{aOb}$.

e. Chứng tỏ rằng Oc cũng là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$.

Bài tập 3. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ Ox, vẽ tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOz} = 45^0$, $\widehat{xOy} = 90^0$.

a. Tia Oz có nằm giữa hai tia Ox và Oy không ?

b. So sánh góc $x\hat{O}z$ và $y\hat{O}z$.

c. Tia Oz có phải là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ không ? Vì sao ?

Bài tập 4. Vẽ góc bẹt $\widehat{xOy}$. Vẽ tia phân giác Oz của góc đó. Vẽ tia phân giác Oa của góc $\widehat{xOz}$. Vẽ tia phân giác Ob của góc $\widehat{yOz}$. Tính số đo của góc $\widehat{aOb}$.

Bài tập 5.

a. Vẽ hai góc kề bù $\widehat{xOz}$, $\widehat{zOy}$ với $\widehat{xOz} = 120^0$.

b. Gọi Ot là tia phân giác của góc $\widehat{xOz}$, tính số đo góc $\widehat{tOy}$.

Bài tập 6.

a. Vẽ hai góc kề bù $\widehat{xOz}$, $\widehat{zOy}$ với $\widehat{xOz} = 100^0$.

b. Gọi Oa, Ob theo thứ tự là tia phân giác của các góc $\widehat{xOz}$, $\widehat{yOz}$, tính số đo các góc $\widehat{aOz}$, $\widehat{yOz}$, $\widehat{bOy}$, $\widehat{aOb}$, $\widehat{xOb}$.

Bài tập 7. Vẽ hai tia Oy, Oz trên cùng một nửa mặt phẳng bờ Ox sao cho $\widehat{xOy} = 150^0$, $\widehat{xOz} = 30^0$. Vẽ các tia phân giác Oa, Ob của các góc $\widehat{xOy}$, $\widehat{xOz}$. Tính số đo góc $\widehat{aOb}$.

Bài tập 8. Vẽ hai tia Oy, Oz trên cùng một nửa mặt phẳng bờ Ox sao cho $\widehat{xOy} = 20^0$, $\widehat{xOz} = 120^0$. Vẽ các tia phân giác Oa, Ob của các góc $\widehat{xOy}$, $\widehat{yOz}$. Tính số đo góc $\widehat{aOb}$.

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1. *Học sinh tự làm.*

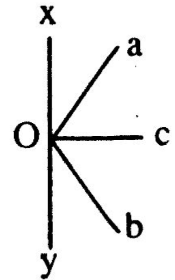
Bài tập 2. Các câu a), b), c), d) được minh hoạ trên hình vẽ.

d. Ta có: $\widehat{aOb} = \widehat{xOy} - \widehat{xOa} - \widehat{yOb} = 180^0 - 40^0 - 40^0 = 100^0$

$$\widehat{aOc} = \frac{\widehat{aOb}}{2} = 50^0.$$

$$\widehat{xOc} = \widehat{xOa} + \widehat{aOc} = 40^0 + 50^0 = 90^0.$$

suy ra, Oc là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$.



Bài tập 3.

a. Nhận xét rằng: $\widehat{xOz} < \widehat{xOy} \Rightarrow$ tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy.

b. Ta có: $\widehat{yOz} = \widehat{xOy} - \widehat{xOz} = 90^0 - 45^0 = 45^0 = \widehat{xOz}$.

c. Tia Oz có phải là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ bởi:

- Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy.
- $\widehat{xOz} = \widehat{yOz}$.

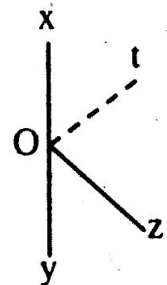
Bài tập 4. $\widehat{aOb} = 90^0$

Bài tập 5.

a. Với giả thiết $\widehat{xOz}$ và $\widehat{zOy}$ là hai góc kề bù, suy ra $\widehat{xOy} = 180^0$.

Ta thực hiện:

- Vẽ góc bẹt $\widehat{xOy}$.
- Trên nửa mặt phẳng bờ Ox, vẽ góc $\widehat{xOz} = 120^0$.



b. Vì Ot là tia phân giác của góc $\widehat{xOz}$ nên: $\widehat{xOt} = \widehat{zOt} = \frac{\widehat{xOz}}{2} = 60^0$.

Khi đó: $\widehat{tOy} = \widehat{xOy} - \widehat{xOt} = 180^0 - 60^0 = 120^0$.

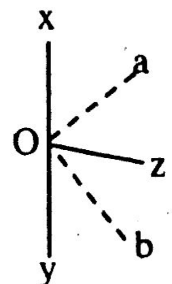
Vậy, ta được $\widehat{tOy} = 120^0$.

Bài tập 6.

a. Với giả thiết $\widehat{xOz}$ và $\widehat{zOy}$ là hai góc kề bù, suy ra $\widehat{xOy} = 180^0$.

Ta thực hiện:

- Vẽ góc bẹt $\widehat{xOy}$.
- Trên nửa mặt phẳng bờ Ox, vẽ góc $\widehat{xOz} = 100^0$.



b. Vì Oa là tia phân giác của góc $\widehat{xOz}$ nên:

$$\widehat{aOz} = \widehat{aOx} = \frac{\widehat{xOz}}{2} = 50^0.$$

Ta có: $\widehat{yOz} = \widehat{xOy} - \widehat{xOz} = 180^0 - 100^0 = 80^0$.

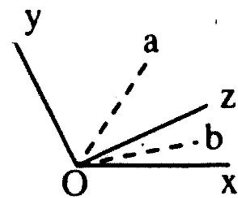
$$\widehat{bOy} = \widehat{bOz} = \frac{\widehat{yOz}}{2} = 40^0$$

$$\widehat{aOb} = \widehat{aOz} + \widehat{bOz} = 50^0 + 40^0 = 90^0.$$

$$\widehat{xOb} = \widehat{xOz} + \widehat{bOz} = 100^0 + 40^0 = 140^0.$$

Bài tập 7.

Vì Oa là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ nên:



$$\widehat{aOx} = \widehat{aOy} = \frac{\widehat{xOy}}{2} = 75^0.$$

Vì Ob là tia phân giác của góc $\widehat{xOz}$ nên:

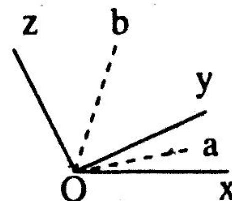
$$\widehat{bOx} = \widehat{bOz} = \frac{\widehat{yOz}}{2} = 15^0.$$

Từ đó, ta được: $\widehat{aOb} = \widehat{xOy} - \widehat{aOy} - \widehat{bOx} = 150^0 - 75^0 - 15^0 = 60^0$.

Vậy, ta được $\widehat{aOb} = 60^0$.

Bài tập 8.

Vì Oa là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$ nên:



$$\widehat{aOx} = \widehat{aOy} = \frac{\widehat{xOy}}{2} = 10^0.$$

Nhận xét rằng:

$\widehat{xOy} < \widehat{xOz} \Rightarrow$ tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz.

Khi đó: $\widehat{yOz} = \widehat{xOz} - \widehat{xOy} = 120^0 - 20^0 = 100^0$.

Vì Ob là tia phân giác của góc $\widehat{yOz}$ nên:

$$\widehat{bOy} = \widehat{bOz} = \frac{\widehat{yOz}}{2} = 50^0.$$

Từ đó, ta được: $\widehat{aOb} = \widehat{aOy} + \widehat{bOy} = 10^0 + 50^0 = 60^0$.

Vậy, ta được $\widehat{aOb} = 60^0$.



ĐƯỜNG TRÒN

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. ĐƯỜNG TRÒN VÀ HÌNH TRÒN

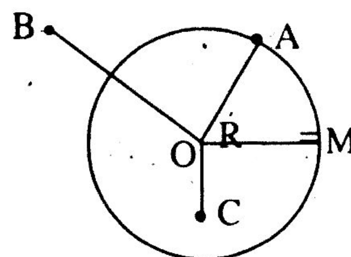
Ta có định nghĩa đường tròn:

Đường tròn tâm O, bán kính R là hình gồm các điểm cách O một khoảng bằng R, kí hiệu (O, R).

Dùng compa, ta vạch đường tròn tâm O, bán kính R = 2cm.

Sau đó lấy các điểm A, B, C sao cho

OA = 2cm, OB = 3cm, OC = 1,5cm.



Từ hình vẽ, ta nhận thấy:

- A là điểm *nằm trên (thuộc)* đường tròn.
- B là điểm *nằm bên ngoài* đường tròn.
- C là điểm *nằm bên trong* đường tròn.

Nhận xét: 1. Từ đây, ta có nhận xét:

- $M \in (O, R) \Leftrightarrow OM = R$, khi đó ta nói " *Điểm M nằm trên (O, R)* ".
- M nằm ngoài $(O, R) \Leftrightarrow OM > R$.
- M nằm trong $(O, R) \Leftrightarrow OM < R$.
- $M \notin (O, R) \Leftrightarrow OM \neq R$.

2. Ta luôn có kết luận: $AB = R \Leftrightarrow A \in (B, R)$ hoặc $B \in (A, R)$.

Thí dụ 1:

a. Vẽ đường tròn (O, 2cm).

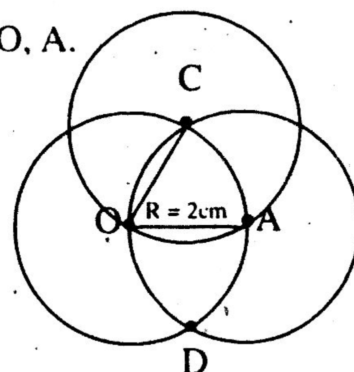
b. Lấy điểm A bất kì trên (O, 2cm). Vẽ đường tròn (A, 2cm), đường tròn này cắt đường tròn (O, 2cm) tại C, D.

c. Vẽ đường tròn (C, 2cm).

d. Chứng tỏ rằng đường tròn (C, 2cm) đi qua hai điểm O, A.

Giải

Các câu a), b), c) được minh hoạ trên hình vẽ.



d. Ta lập luận:

$C \in (O, 2cm) \Rightarrow OC = 2cm \Rightarrow O \in (C, 2cm)$.

$C \in (A, 2cm) \Rightarrow AC = 2cm \Rightarrow A \in (C, 2cm)$.

Tiếp theo, ta có định nghĩa hình tròn:

Hình tròn là hình gồm các điểm nằm trên đường tròn và các điểm nằm bên trong đường tròn đó.

Nhận xét: Từ đây, ta có nhận xét:

M thuộc hình tròn (O, R)

⇔ $OM \le R$.



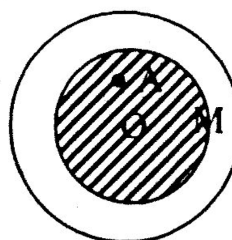
Thí dụ 2: Chứng minh rằng rằng mọi điểm thuộc hình trong (O, 2cm) đều nằm trong đường tròn (O, 3cm).

Giải

Nhận xét rằng: M thuộc hình tròn (O, 2cm)

⇔ $OM \le 2 \Rightarrow OM < 3$

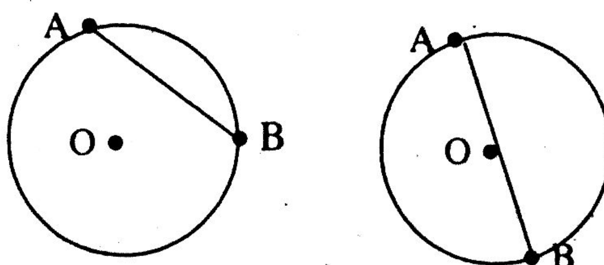
⇔ M nằm trong đường tròn (O, 3cm).



2. CUNG VÀ DÂY CUNG

Vạch đường tròn (O, R).

- Lấy hai điểm A, B ∈ (O, R). Hai điểm này chia đường tròn thành hai phần, mỗi phần gọi là một *cung tròn* (gọi tắt là *cung*).
  Hai điểm A, B là hai mút của cung.
  Trường hợp A, B, O thẳng hàng thì mỗi cung là một nửa đường tròn.



- Đoạn thẳng nối hai mút của cung là *dây cung* (gọi tắt là *dây*). Dây đi qua tâm là *đường kính*.

Nhận xét: 1. Ta thấy ngay "*Đường kình dài gấp đôi bán kính*".

2. Đường kính là dây cung lớn nhất của đường tròn.

3. MỘT CÔNG DỤNG KHÁC CỦA COMPA

Công dụng 1: Dùng compa so sánh độ dài hai đoạn thẳng AB và CD.

Cách làm

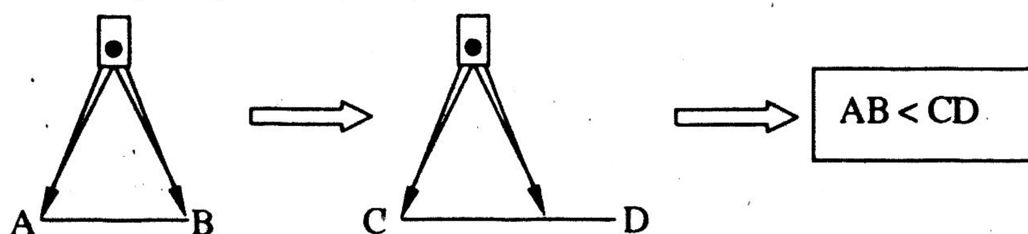
Thực hiện theo các bước:

Bước 1: Mở khẩu độ compa bằng độ dài đoạn AB.

Bước 2: Đặt khẩu độ compa đó vào đoạn CD.

Bước 3: Kết luận.

Hình vẽ sau mô phỏng việc thực hiện các bước trên:



Thí dụ 3:

a. Vẽ góc $\widehat{xAy} = 90^0$. Lấy các điểm B, C theo thứ tự thuộc Ax, Ay (B, C khác A).

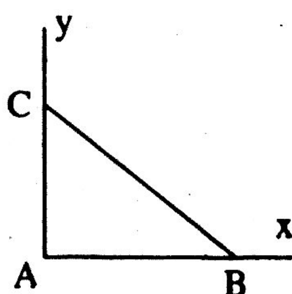
b. Dùng compa so sánh độ dài hai đoạn thẳng AB và BC.

c. Dùng compa so sánh độ dài hai đoạn thẳng AC và BC.

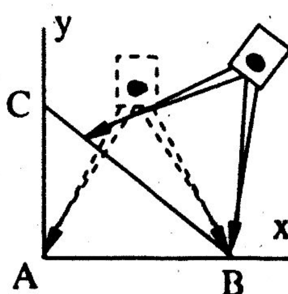
Giải

a. Kết quả câu a), được miêu tả trong hình a.

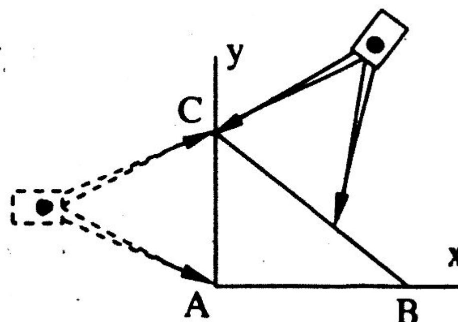
b. Dùng compa (hình b), ta được AB < BC.



Hình a



Hình b



Hình c

c. Dùng compa (hình c), ta được AC < BC.

Phương pháp thực nghiệm trong câu b) và câu c), cho phép chúng ta dự báo rằng " *Trong một tam giác vuông cạnh huyền có độ dài lớn nhất* ".

Công dụng 2: Dùng compa tính tổng độ dài hai đoạn thẳng AB và CD.

Cách làm

Thực hiện theo các bước:

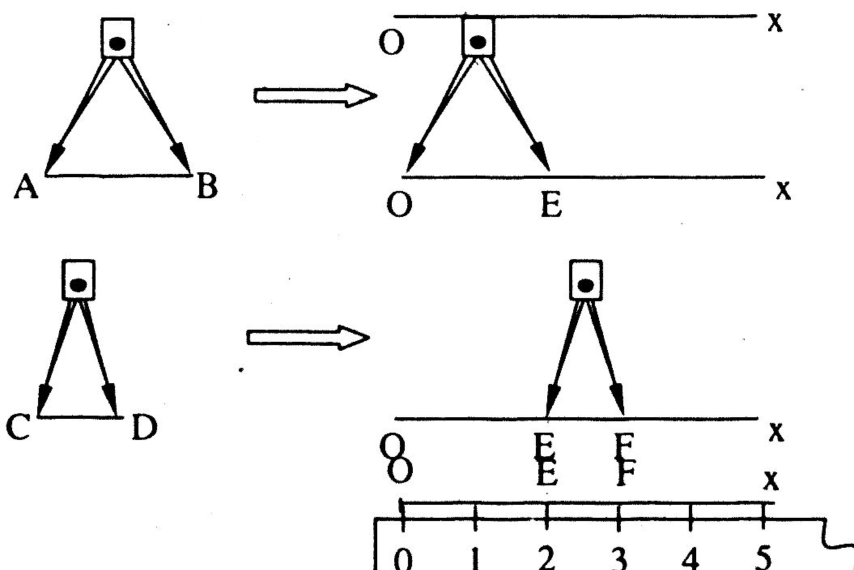
Bước 1: Vẽ tia Ox bất kì.

Bước 2: Mở khẩu độ compa bằng độ dài đoạn AB. Từ đó, trên tia Ox vẽ được đoạn thẳng OE = AB.

Bước 3: Mở khẩu độ compa bằng độ dài đoạn CD. Từ đó, trên tia Ex vẽ được đoạn thẳng EF = CD.

Bước 4: Đo độ dài đoạn thẳng OF, rồi kết luận AB + CD = OF.

Hình vẽ sau mô phỏng việc thực hiện các bước trên:



Thí dụ 4:

a. Lấy ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Nối AB, BC, CA

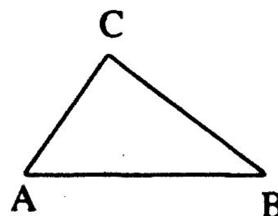
b. Dùng compa so sánh tổng độ dài AB + BC với AC.

c. Dùng compa so sánh tổng độ dài AB + AC với BC.

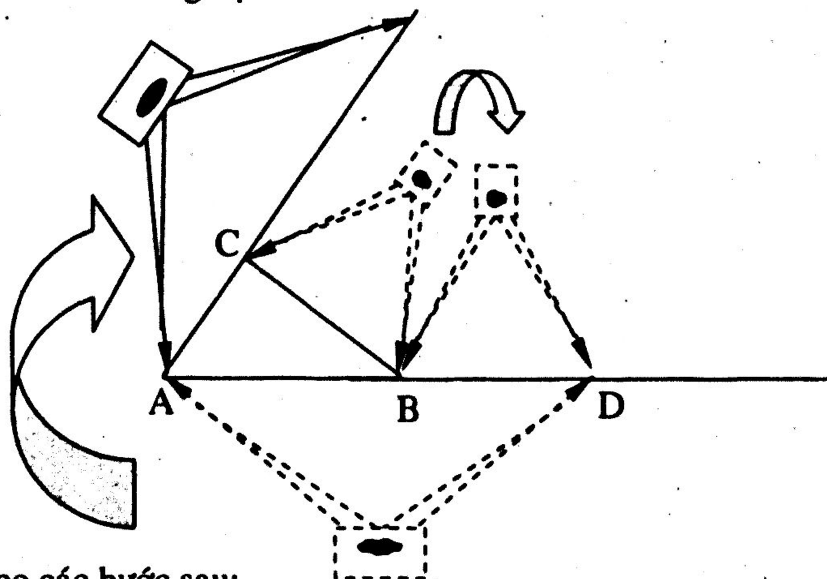
d. Dùng compa so sánh tổng độ dài AC + BC với AB.

Giải

a. Kết quả câu a), được miêu tả trong hình vẽ.



b. Dùng compa so sánh tổng độ dài AB + BC với AC.



Ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Kéo dài tia AB.

Bước 2: Mở khẩu độ compa bằng độ dài đoạn BC. Từ đó, trên tia AB vẽ được đoạn thẳng BD = BC, suy ra AD = AB + BC.

Bước 3: Mở khẩu độ compa bằng độ dài đoạn AD.

Bước 4: Đặt khẩu độ compa đó vào đoạn AC.

Ta thấy: AD > AC ⇔ AB + BC > AC.

c. Tương tự, ta nhận được AB + AC > BC.

d. Tương tự, ta nhận được AC + BC > AB.

Nhận xét: Phương pháp thực nghiệm trong câu b), câu c) và câu d), cho phép chúng ta dự báo rằng " *Trong một tam giác tổng hai cạnh lớn hơn độ dài cạnh còn lại* ".

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

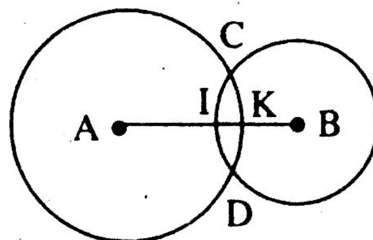
Ví dụ 1: Cho AB = 3cm. Vẽ đường tròn (A; 2,5cm) và đường tròn (B; 1,5cm). Hai đường tròn này cắt nhau tại C và D.

a. Tính độ dài các đoạn thẳng CA, CB, DA, DB.

b. Tại sao đường tròn (B; 1,5cm) cắt đoạn thẳng AB tại trung điểm I của AB ?

c. Đường tròn (A; 2,5cm) cắt đoạn thẳng AB tại K. Tính độ dài KB.

Giải



a. Ta có: C, D ∈ (A; 2,5cm) ⇒ AC = AD = 2,5cm.

C, D ∈ (B; 1,5cm) ⇒ BC = BD = 1,5cm.

b. Ta có: I ∈ (B; 1,5cm) ⇒ BI = 1,5cm = $\frac{AB}{2}$.

Do đó, I là trung điểm AB.

c. Ta có: K ∈ (A; 2,5cm) ⇒ AK = 2,5cm.

Khi đó: KB = AB − AK = 3 − 2,5 = 0,5cm.

Vậy, ta được KB = 0,5cm.

Ví dụ 2: Vẽ tất cả các trường hợp có thể của hai đường tròn (A, 4cm) và (B, 2cm).

Hướng dẫn

Có tất cả 5 trường hợp:

1. (B, 2cm) nằm trong (A, 4cm).
2. (B, 2cm) nằm trong (A, 4cm).
3. (B, 2cm) tiếp xúc trong (A, 4cm).
4. (B, 2cm) tiếp xúc ngoài (A, 4cm).
5. (B, 2cm) cắt (A, 4cm).

III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Đường tròn là gì ? Hãy vẽ đường tròn (O, 15cm).

Câu hỏi 2: Hình tròn là gì ? Hãy vẽ hình tròn (O, 20cm).

Câu hỏi 3: Trình bày cách dùng compa để so sánh độ dài hai đoạn thẳng AB và CD.

Câu hỏi 4: Trình bày cách dùng compa để tính tổng độ dài hai đoạn thẳng AB và CD.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1.

a. Vẽ đường tròn (O, 3cm).

b. Lấy điểm A bất kì trên (O, 3cm). Vẽ đường tròn (A, 2cm), đường tròn này cắt đường tròn (O, 3cm) tại C, D.

c. Vẽ đường tròn (C, 3cm).

d. Chứng tỏ rằng đường tròn (C, 3cm) đi qua hai điểm O, A.

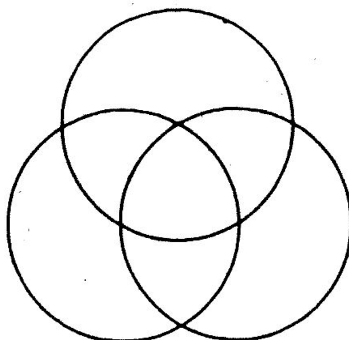
Bài tập 2. Cho AB = 4cm. Vẽ đường tròn (A; 3cm) và đường tròn (B; 2cm). Hai đường tròn này cắt nhau tại C và D.

a. Tính độ dài các đoạn thẳng CA, CB, DA, DB.

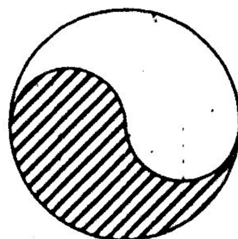
b. Tại sao đường tròn (B; 2cm) cắt đoạn thẳng AB tại trung điểm I của AB ?

c. Đường tròn (A; 3cm) cắt đoạn thẳng AB tại K. Tính độ dài KB.

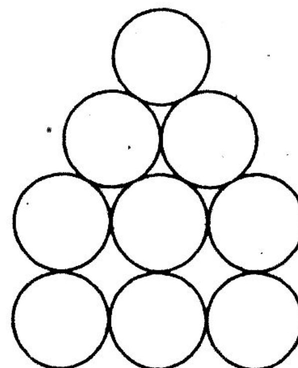
Bài tập 3. Vẽ lại các hình sau theo đúng kích thước:



Hình a



Hình b



Hình c

Bài tập 4. Vẽ hình hoa bốn cánh theo cách sau:

- Vẽ hình vuông ABCD.
- Vẽ về phía trong hình vuông bốn nửa đường tròn có đường kính là AB, BC, CD, DA.

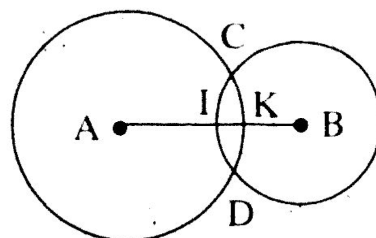
Bài tập 5. Vẽ hình hoa sáu cánh theo cách sau:

- Vẽ đường tròn tâm O đường kính AB = 2R, gọi tắt là đường tròn (O).
- Vẽ về phía trong hình tròn (O) các cung:
  - Cung tâm A bán kính R, cắt đường tròn (O) tại C và D.
  - Cung tâm B bán kính R, cắt đường tròn (O) tại E và F.
  - Cung tâm C bán kính R.
  - Cung tâm D bán kính R.
  - Cung tâm E bán kính R.
  - Cung tâm F bán kính R.

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1. *Học sinh tự làm.*

Bài tập 2.



a. Ta có: C, D ∈ (A; 3cm) ⇒ AC = AD = 3cm.

C, D ∈ (B; 2cm). ⇒ BC = BD = 2cm.

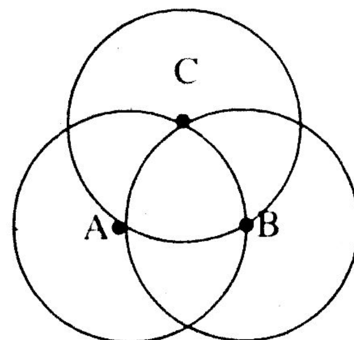
b. Ta có: I ∈ (B; 2cm) ⇒ BI = 2cm = $\frac{AB}{2}$.

Do đó, I là trung điểm AB.

c. Ta có: K ∈ (A; 3cm) ⇒ AK = 3cm.

Khi đó: KB = AB – AK = 4 – 3 = 1cm.

Vậy, ta được KB = 1cm.

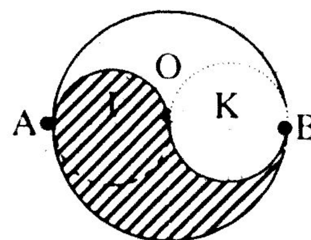


Bài tập 3.

a. Với hình a), ta lần lượt vẽ:

- Vẽ đường tròn (A, AB).
- Vẽ đường tròn (B, AB), đường tròn này cắt đường tròn (A, AB) tại C, D.
- Vẽ đường tròn (C, CA).

b. Với hình b), ta lần lượt vẽ:

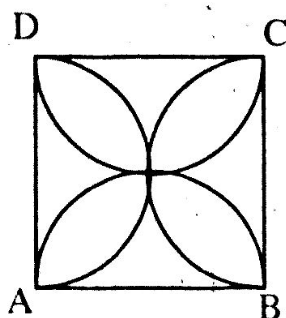


- Vẽ đường tròn đường kính AB.
- Vẽ đường tròn đường kính AO.
- Vẽ đường tròn đường kính BO.

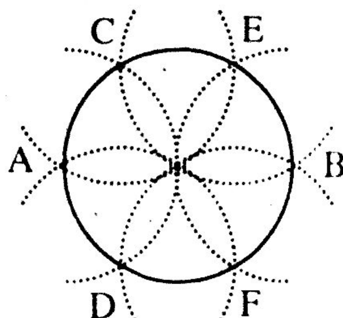
Các em học sinh hãy tô màu để được hình cần vẽ

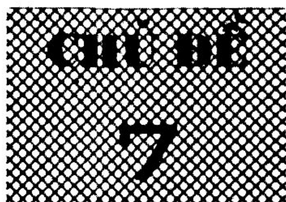
c. *Học sinh tự trình bày.*

Bài tập 4. Ta có hình vẽ:



Bài tập 5. Ta có hình vẽ:

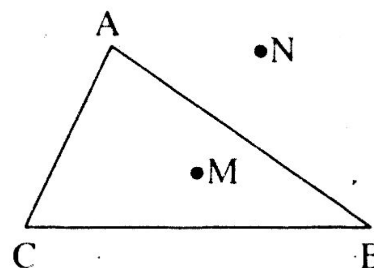




TAM GIÁC

I. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. TAM GIÁC ABC LÀ GÌ ?



Ta bắt đầu với các công việc:

- Lấy trên mặt phẳng ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
- Nối AB, BC, CA, ta được một hình.

  Hình đó được gọi là " *Tam giác ABC* ", kí hiệu là ΔABC (hoặc kí hiệu ΔACB, ΔBCA, ΔBAC, ΔCAB, ΔCBA) và ở đó:
- Ba điểm A, B, C là ba *đỉnh* của tam giác.
- Ba đoạn thẳng AB, BC, CA là ba *cạnh* của tam giác.
- Ba góc $\widehat{BAC}$, $\widehat{CBA}$, $\widehat{ACB}$ là ba *góc* của tam giác.

  Ngoài ra, trên hình vẽ ta thấy:
- Điểm M (nằm trong cả ba góc của tam giác) là *điểm nằm bên trong tam giác* (*điểm trong của tam giác*).
- Điểm N (không nằm trong tam giác, không nằm trên cạnh nào của tam giác) là *điểm nằm bên ngoài tam giác* (*điểm ngoài của tam giác*).

Như vậy, ta có định nghĩa tam giác:

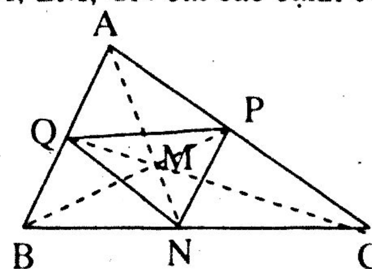
Tam giác ABC là hình gồm ba đoạn thẳng AB, BC, CA khi ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Thí dụ 1:

a. Vẽ ΔABC. Lấy điểm M trong ΔABC. Vẽ các tia AM, BM, CN cắt các cạnh của ΔABC tương ứng tại các điểm N, P, Q. Vẽ ΔNPQ.

b. Hỏi điểm M có nằm trong ΔNPQ không ?

Giải



a. Kết quả câu a), được minh hoạ trong hình vẽ.

b. Điểm M có nằm trong ΔNPQ.

Thí dụ 2: Cho ba điểm A, B, C thuộc đường thẳng d và điểm E không thuộc d.

a. Vẽ tất cả các tam giác có đỉnh là ba trong bốn điểm A, B, C, E. Có bao nhiêu tam giác ?

b. Đoạn thẳng EA là cạnh chung của những tam giác nào ?

c. Đoạn thẳng EB là cạnh chung của những tam giác nào ?

d. Đoạn thẳng EC là cạnh chung của những tam giác nào ?

e. Góc $\hat{A}$ là góc chung của những tam giác nào ?

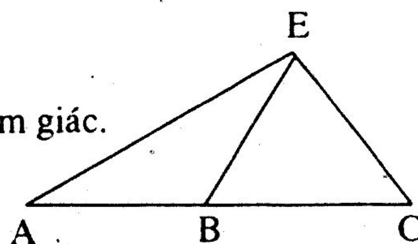
f. Góc $\hat{C}$ là góc chung của những tam giác nào ?

g. Hai tam giác nào có hai góc kề bù nhau ?

h. Với các tam giác có được hãy điền vào bảng sau:

Tên tam giác	*Tên 3 đỉnh*	*Tên 3 góc*	*Tên 3 cạnh*

Giải



a. Ta có hình vẽ, ở đó ta có các tam giác:
ΔEAB, ΔEAC, ΔEBC như vậy, ta nhận được 6 tam giác.

b. Đoạn thẳng EA là cạnh chung của:
ΔEAB và ΔEAC.

c. Đoạn thẳng EB là cạnh chung của ΔEAB và ΔEBC.

d. Đoạn thẳng EC là cạnh chung của ΔEAC và ΔEBC.

e. Góc $\hat{A}$ là góc chung của ΔEAB và ΔEAC.

f. Góc $\widehat{C}$ là góc chung của ΔEAC và ΔEBC.

g. ΔEAB và ΔEBC có hai góc kề bù nhau.

h. Ta có bảng:

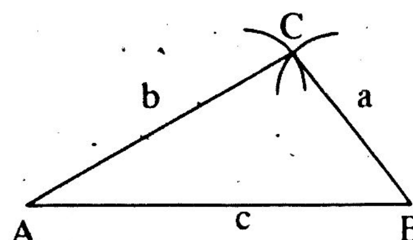
Tên tam giác	*Tên 3 đỉnh*	*Tên 3 góc*	*Tên 3 cạnh*
ΔEAB	E, A, B	$\widehat{E}, \widehat{A}, \widehat{B}$	EA, AB, BE
ΔEAC	E, A, C	$\widehat{E}, \widehat{A}, \widehat{C}$	EA, AC, CE
ΔEBC	E, B, C	$\widehat{E}, \widehat{B}, \widehat{C}$	EB, BC, CE

2. VẼ TAM GIÁC

Từ định nghĩa tam giác ta nhắc lại " *Tam giác ABC là hình gồm ba đoạn thẳng AB, BC, CA khi ba điểm A, B, C không thẳng hàng.* ", do đó, hoàn toàn có thể vẽ được ΔABC khi biết độ dài của ba đoạn AB, BC, CA. Bài toán sau sẽ minh hoạ cho chúng ta phương pháp vẽ.

Bài toán 1: Vẽ một ΔABC, biết AB = c, BC = a, CA = b.

Cách vẽ



Thực hiện theo các bước:

Bước 1: Vẽ đoạn thẳng AB = c.

Bước 2: Vẽ cung tròn tâm A bán kính b.

Bước 3: Vẽ cung tròn tâm B bán kính a.

Bước 4: Lấy một giao điểm của hai cung trên, gọi giao điểm đó là C.

Bước 5: Nối AC, BC, ta được ΔABC cần dựng.

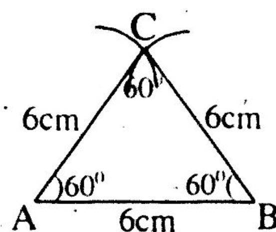
Nhận xét: Bài toán trên , minh hoạ cho chúng ta phương pháp vẽ một tam giác khi biết độ dài ba cạnh của nó.

Thí dụ 3:

a. Vẽ ΔABC, biết AB = BC = CA = 6cm.

b. Dùng thước đo góc, hãy đo các góc $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$, từ đó đưa ra nhận xét.

Giải



a. Để vẽ ΔABC, ta thực hiện:

- Vẽ đoạn thẳng AB = 6cm.
- Vẽ cung tròn tâm A bán kính 6cm.
- Vẽ cung tròn tâm B bán kính 6cm.
- Lấy một giao điểm của hai cung trên, gọi giao điểm đó là C.
- Nối AC, BC, ta được ΔABC cần dựng.

b. Dùng thước đo góc, ta được: $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60^0$.

Vậy, với ΔABC có AB = BC = CA (ba cạnh bằng nhau) ta được:

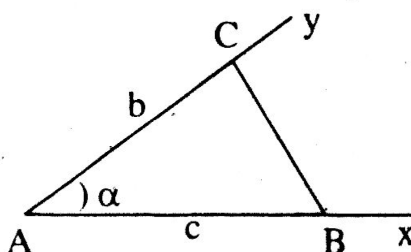
$\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60^0$.

Chú ý: Với ΔABC có ba cạnh bằng nhau (hoặc ba góc bằng nhau) được gọi là *tam giác đều*.

Bài toán 2: Vẽ một ΔABC, biết BÂC = α, AB = c, AC = b.

Cách vẽ

Thực hiện theo các bước:



Bước 1: Vẽ góc xÂy = α.

Bước 2: Trên tia Ax, lấy điểm B sao cho AB = c.

Bước 3: Trên tia Ay, lấy điểm C sao cho AC = b.

Bước 4: Nối BC, ta được ΔABC cần dựng.

Nhận xét: Bài toán trên , minh hoạ cho chúng ta phương pháp vẽ một tam giác khi biết độ dài hai cạnh và số đo góc xen giữa.

Thí dụ 4:

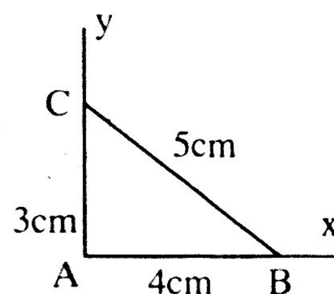
a. Vẽ ΔABC, biết $\widehat{BAC} = 90^0$, AB = 4cm, AC = 3cm.

b. Dùng thước thẳng đo độ dài cạnh BC, từ đó đưa ra nhận xét thông qua phép so sánh $AB^2 + AC^2$ với BC^2.

Giải

a. Để vẽ ΔABC, ta thực hiện:

- Vẽ góc $\widehat{xAy} = 90^0$.
- Trên tia Ax, lấy điểm B sao cho AB = 4cm.
- Trên tia Ay, lấy điểm C sao cho AC = 3cm.
- Nối BC, ta được ΔABC cần dựng.



b. Dùng thước thẳng đo cạnh BC, ta được: BC = 5cm.

Khi đó, ta có: $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 25 = 5^2 = BC^2$.

Vậy, với ΔABC có $\widehat{BAC} = 90^0$ (một góc vuông) ta được:

$AB^2 + AC^2 = BC^2$ - *Định lí Pitago.*

Chú ý: Với ΔABC có $\hat{BAC} = 90^0$ được gọi là *tam giác vuông*. Cạnh đối diện với góc vuông được gọi là *cạnh huyền* và hai cạnh còn lại được gọi là hai cạnh góc vuông.

Định lí Pitago khẳng định " *Trong một tam giác vuông tổng bình phương hai cạnh góc vuông bằng bình phương cạnh huyền* ".

Bài toán 3: Vẽ một ΔABC, biết $\widehat{BAC} = \alpha$, $\widehat{ABC} = \beta$, AB = c.

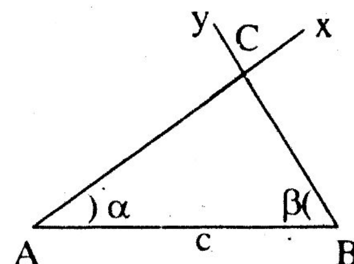
Cách vẽ

Thực hiện theo các bước:

Bước 1: Vẽ góc $\widehat{xAy} = \alpha$.

Bước 2: Trên tia Ax, lấy điểm B sao cho AB = c.

Bước 3: Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa tia Ay vẽ góc $\widehat{ABz} = \beta$.



Bước 4: Gọi C là giao điểm của Ay và Bz.

Bước 5: Ta được ΔABC cần dựng.

Nhận xét: Bài toán trên, minh hoạ cho chúng ta phương pháp vẽ một tam giác khi biết số đo hai góc và độ dài cạnh xen giữa.

Thí dụ 5:

a. Vẽ ΔABC, biết $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = 80^0$, AB = 6cm.

b. Dùng compa, hãy so sánh độ dài của AC và BC, từ đó đưa ra nhận xét.

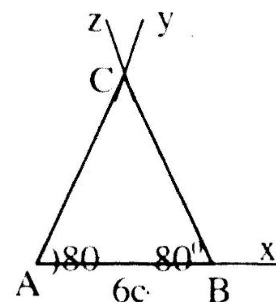
c. Dùng thức đo góc hãy đo góc $\widehat{ACB}$.

Giải

a. Để vẽ ΔABC, ta thực hiện:

- Vẽ góc $\widehat{xAy} = 80^0$.

- Trên tia Ax, lấy điểm B sao cho AB = 6cm.
- Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa tia Ay vẽ góc $\widehat{ABz} = 80^0$.
- Gọi C là giao điểm của Ay và Bz.
- Ta được ΔABC cần dựng.



b. Dùng compa, ta được AC = BC.

Vậy, với ΔABC có $\widehat{BAC} = \widehat{ABC}$ (hai góc bằng nhau) ta được AC = BC.

c. Dùng thước đo góc, ta được $\widehat{ACB} = 20^0$.

Chú ý: 1. Với ΔABC có hai góc bằng nhau (hoặc hai cạnh bằng nhau) được gọi là *tam giác cân*.

2. Các em học sinh hãy vẽ một ΔABC bất kì, rồi sử dụng thước đo góc để chứng minh thể chứng minh bằng thực nghiệm rằng $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^0$.

II. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Cho 4 điểm A, B, C, D trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng.

a. Vẽ tất cả các tam giác có đỉnh là ba trong bốn điểm A, B, C, D. Có bao nhiêu tam giác ?

b. Với các tam giác có được hãy điền vào bảng sau:

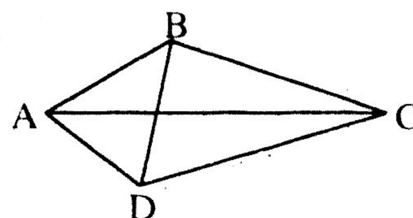
Tên tam giác	*Tên 3 đỉnh*	*Tên 3 góc*	*Tên 3 cạnh*

Giải

a. Ta có hình vẽ, ở đó ta có các tam giác:

ΔABC, ΔABD, ΔACD, ΔBCD,

như vậy, ta nhận được 4 tam giác.



b. Ta có bảng:

Tên tam giác	*Tên 3 đỉnh*	*Tên 3 góc*	*Tên 3 cạnh*
ΔABC	A, B, C	$\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C}$	AB, BC, CA
ΔABD	A, B, D	$\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{D}$	AB, BD, DA
ΔACD	A, C, D	$\widehat{A}, \widehat{C}, \widehat{D}$	AC, CD, DA
ΔBCD	B, C, D	$\widehat{B}, \widehat{C}, \widehat{D}$	BC, CD, DB

Nhận xét: Như vậy, qua 4 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng



hàng ta nhận được 4 tam giác. Câu hỏi được đặt ra khá tự nhiên là " *Qua n điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng vẽ được bao nhiêu tam giác ?*".

Ví dụ 2: Cho góc $\widehat{xOy}$ khác góc bẹt. Trên tia Ox lấy hai điểm A, B khác O. Trên tia Oy lấy hai điểm C, D, E khác O. Có bao nhiêu tam giác có đỉnh là ba trong sáu điểm A, B, C, D, E, O.

Giải

Để việc đếm được chính xác ta chia số tam giác thành ba loại.

Loại 1: Các tam giác có:

- Một đỉnh là O.
- Đỉnh thứ hai là một trong hai điểm A, B (có 2 cách chọn).
- Đỉnh thứ ba là một trong hai điểm C, D, E (có 3 cách chọn).

Do đó, số tam giác loại 1 bằng: 1.2.3 = 6 tam giác.

Loại 2: Các tam giác có:

- Một đỉnh là một trong hai đỉnh A, B (có 2 cách chọn).
- Hai đỉnh còn lại là hai trong ba điểm C, D, E (có 3 cách chọn)

Do đó, số tam giác loại 2 bằng: 2.3 = 6 tam giác.

Loại 3: Các tam giác có:

- Một đỉnh là một trong ba đỉnh C, D, E (có 3 cách chọn).
- Hai đỉnh còn lại là hai trong hai điểm A, B (có 1 cách chọn)

Do đó, số tam giác loại 3 bằng: 3.1 = 3 tam giác.

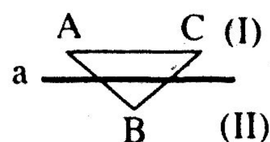
Vậy, tổng số tam giác bằng: 6 + 6 + 3 = 15 tam giác.

Ví dụ 3: Chứng tỏ rằng nếu một đường thẳng không đi qua các đỉnh của một tam giác và cắt một cạnh của tam giác ấy thì nó cắt một và chỉ một trong hai cạnh còn lại.

Giải

Giả sử đường thẳng a cắt cạnh AB và không đi qua các đỉnh A, B, C của ΔABC, ta cần đi chứng minh a sẽ cắt AC hoặc BC.

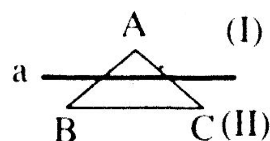
Thật vậy, khi a cắt cạnh AB và không đi qua các đỉnh A, B, C sẽ chia mặt phẳng thành hai nửa:



- Nửa (I) có bờ AB và chứa điểm A.
- Nửa (II) có bờ AB và chứa điểm B.

Khi đó, vị trí của điểm C có hai khả năng:

Khả năng 1: Nếu C ∈ (I) thì B, C thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a do đó BC sẽ cắt a.



Khả năng 2: Nếu C ∈ (II) thì A, C thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ a do đó AC sẽ cắt a.

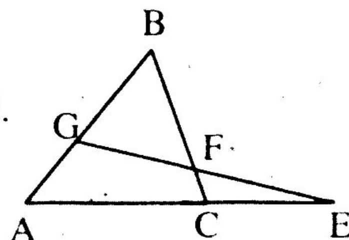
Vậy, đường thẳng a cắt một và chỉ một trong hai cạnh BC hoặc AC.

Nhận xét: Như vậy: " *Với ΔABC bao giờ cũng vẽ được một đường thẳng không đi qua ba đỉnh của tam giác và cắt cả ba tia AB, BC, AC*".

Thật vậy:

- Trên tia đối của tia CA lấy điểm E.
- Lấy điểm G nằm giữa A và B.

Khi đó, EG là đường thẳng cần vẽ.



III. CÂU HỎI ÔN TẬP LÝ THUYẾT

Câu hỏi 1: Tam giác ABC là gì ? Vẽ hình minh hoạ.

Câu hỏi 2: Thế nào là điểm trong của tam giác. Vẽ hình minh hoạ.

Câu hỏi 3: Thế nào là điểm ngoài của tam giác. Vẽ hình minh hoạ.

Câu hỏi 4: Trình bày cách vẽ ΔABC, biết AB = c, BC = a, CA = b.

Câu hỏi 5: Trình bày cách vẽ ΔABC, biết $\widehat{BAC} = \alpha$, AB = c, AC = b.

Câu hỏi 6: Trình bày cách vẽ ΔABC, biết $\widehat{BAC} = \alpha$, $\widehat{ABC} = \beta$, AB = c.

IV. BÀI TẬP ĐỀ NGHỊ

Bài tập 1. Cho bốn điểm A, B, C, D thuộc đường thẳng d và điểm E không thuộc d.

a. Vẽ tất cả các tam giác có đỉnh là ba trong năm điểm A, B, C, D, E. Có bao nhiêu tam giác ?

b. Với các tam giác có được hãy điền vào bảng sau:

Tên tam giác	*Tên 3 đỉnh*	*Tên 3 góc*	*Tên 3 cạnh*

Bài tập 2. Giả sử AB cắt CD tại E. Nối AC, AD, BC, BD.

a. Vẽ hình và viết tên tất cả các tam giác có trong hình. Có bao nhiêu tam giác?

b. Với các tam giác có được hãy điền vào bảng sau:

Tên tam giác	*Tên 3 đỉnh*	*Tên 3 góc*	*Tên 3 cạnh*

Bài tập 3. Cho 10 điểm thuộc đường thẳng a và một điểm O nằm ngoài đường thẳng ấy. Có bao nhiêu tam giác có các đỉnh là ba trong 11 điểm trên.

Bài tập 4. Cho góc $\widehat{xOy}$ khác góc bẹt. Trên tia Ox lấy ba điểm A, B, C khác O. Trên tia Oy lấy bốn điểm D, E, F, G khác O. Có bao nhiêu tam giác có đỉnh là ba trong tám điểm A, B, C, D, E, F, G, O.

Bài tập 5. Cho ΔABC, điểm D nằm giữa A và C, điểm E nằm giữa A và B.

a. Chứng tỏ rằng đường thẳng BD cắt đoạn thẳng CE, đường thẳng CE cắt đoạn thẳng BC.

b. Giả sử các đoạn thẳng BD và CE cắt nhau tại K, nối DE. Đếm xem có bao nhiêu tam giác trong hình vẽ.

Bài tập 6.

a. Vẽ ΔABC, biết AB = BC = CA = 8cm.

b. Dùng thước đo góc, hãy đo các góc $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$, từ đó đưa ra nhận xét.

Bài tập 7.

a. Vẽ ΔABC, biết AB = AC = 9cm, BC = 8cm.

b. Dùng thước đo góc, hãy so sánh các góc $\widehat{B}$, $\widehat{C}$, từ đó đưa ra nhận xét.

Bài tập 8.

a. Vẽ ΔABC, biết AB = 6cm, BC = 10cm, CA = 8cm.

b. ΔABC có đặc điểm gì ?

Bài tập 9. Vẽ ΔABC, biết:

a. AB = 4cm, BC = 3cm, CA = 2cm.

b. AB = 3cm, BC = 2,5cm, CA = 2cm.

Bài tập 10. Vẽ ΔABC, biết:

a. $\widehat{BAC} = 60^0$, AB = 6cm, AC = 12cm.

b. $\widehat{BAC} = 120^0$, AB = 8cm, AC = 6cm.

Bài tập 11. Vẽ ΔABC, biết:

a. $\widehat{BAC} = 30^0$, $\widehat{ABC} = 60^0$, AB = 9cm.

b. $\widehat{BAC} = 120^0$, $\widehat{ABC} = 30^0$, AB = 6cm.

Bài tập 12. Lấy điểm O nằm trong ΔABC. Hãy chứng tỏ rằng:

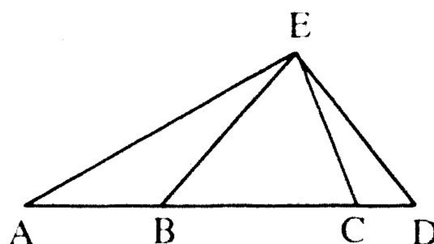
a. Tia OA cắt đoạn thẳng BC tại điểm D nằm giữa B và C.

b. Điểm O nằm giữa hai điểm A và D.

c. Trong ba tia OA, OB, OC, không tia nào nằm giữa hai tia còn lại.

V. HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

Bài tập 1.

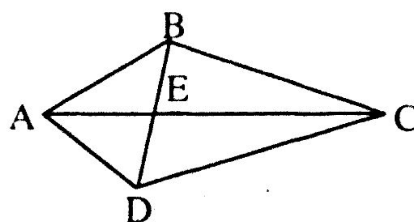


a. Ta có hình vẽ, ở đó ta có các tam giác:
ΔEAB, ΔEAC, ΔEAD,
ΔEBC, ΔEBD, ΔECD
như vậy, ta nhận được 6 tam giác.

b. Ta có bảng:

Tên tam giác	*Tên 3 đỉnh*	*Tên 3 góc*	*Tên 3 cạnh*
ΔEAB	E, A, B	$\widehat{E}$, $\widehat{A}$, $\widehat{B}$	EA, AB, BE
ΔEAC	E, A, C	$\widehat{E}$, $\widehat{A}$, $\widehat{C}$	EA, AC, CE
ΔEAD	E, A, D	$\widehat{E}$, $\widehat{A}$, $\widehat{D}$	EA, AD, DE
ΔEBC	E, B, C	$\widehat{E}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$	EB, BC, CE
ΔEBD	E, B, D	$\widehat{E}$, $\widehat{B}$, $\widehat{D}$	EB, BD, DE
ΔECD	E, C, D	$\widehat{E}$, $\widehat{C}$, $\widehat{D}$	EC, CD, DE

Bài tập 2.



a. Ta có hình vẽ, ở đó ta có các tam giác:
ΔABC, ΔABD, ΔACD, ΔBCD,
ΔEAB, ΔEBC, ΔECD, ΔEDA,
như vậy, ta nhận được 8 tam giác.

b. Ta có bảng:

Tên tam giác	*Tên 3 đỉnh*	*Tên 3 góc*	*Tên 3 cạnh*
ΔABC	A, B, C	$\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$	AB, BC, CA
ΔABD	A, B, D	$\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{D}$	AB, BD, DA
ΔACD	A, C, D	$\widehat{A}$, $\widehat{C}$, $\widehat{D}$	AC, CD, DA
ΔBCD	B, C, D	$\widehat{B}$, $\widehat{C}$, $\widehat{D}$	BC, CD, DB
ΔEAB	E, A, B	$\widehat{E}$, $\widehat{A}$, $\widehat{B}$	EA, AB, BE
ΔEBC	E, B, C	$\widehat{E}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$	EB, BC, CE

ΔECD	E, C, D	$\widehat{E}, \widehat{C}, \widehat{D}$	EC, CD, DE
ΔEDA	E, D, A	$\widehat{E}, \widehat{D}, \widehat{A}$	ED, DA, AE

Bài tập 3. Nhận xét rằng, với mỗi đoạn thẳng trên đường thẳng a khi kết hợp với điểm O sẽ tạo ra được một tam giác.

Do đó, có bao nhiêu đoạn thẳng trên a sẽ có bấy nhiêu tam giác.

Với 10 điểm trên đường thẳng a sẽ có 45 đoạn thẳng.

Vậy, ta nhận được 45 tam giác.

Bài tập 4. Để việc đếm được chính xác ta chia số tam giác thành ba loại.

Loại 1: Các tam giác có:

- Một đỉnh là O.
- Đỉnh thứ hai là một trong ba điểm A, B, C (có 3 cách chọn).
- Đỉnh thứ ba là một trong bốn điểm D, E, F, G (có 4 cách chọn).

Do đó, số tam giác loại 1 bằng: 1.3.4 = 12 tam giác.

Loại 2: Các tam giác có:

- Một đỉnh là một trong ba đỉnh A, B, C (có 3 cách chọn).
- Hai đỉnh còn lại là hai trong bốn điểm D, E, F, G (có 6 cách chọn)

Do đó, số tam giác loại 2 bằng: 3.6 = 18 tam giác.

Loại 3: Các tam giác có:

- Một đỉnh là một trong bốn đỉnh D, E, F, G (có 4 cách chọn).
- Hai đỉnh còn lại là hai trong ba điểm A, B, C (có 3 cách chọn)

Do đó, số tam giác loại 3 bằng: 4.3 = 12 tam giác.

Vậy, tổng số tam giác bằng: 12 + 18 + 12 = 42 tam giác.

Bài tập 5.

a. *Học sinh tự vẽ hình.*

b. Dùng thước đo góc, ta được: $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60^0$.

Vậy, với ΔABC có AB = BC = CA (ba cạnh bằng nhau) ta được:

$\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60^0$.

Bài tập 6.

a. *Học sinh tự vẽ hình.*

b. Dùng thước đo góc, ta được $\widehat{B} = \widehat{C}$.

Vậy, với ΔABC có AB = AC (hai cạnh bằng nhau) ta được $\widehat{B} = \widehat{C}$.

Bài tập 7.

a. *Học sinh tự vẽ hình.*

b. Dùng thước đo góc, ta được $\widehat{A} = 90^0$.

Vậy, ΔABC là tam giác vuông.

PHỤ LỤC

SỬ DỤNG MÁY TÍNH CASIO FX – 570MS
GIẢI TOÁN 6

Nội dung của phần phụ lục này được tóm tắt từ cuốn " **HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG MÁY TÍNH CASIO FX – 570MS** " – NXB Hà Nội 2005, do đó nếu bạn đọc muốn có được tài liệu chi tiết và cụ thể hơn hãy tìm đọc hai cuốn sách:

Cuốn 1: Hướng dẫn sử dụng máy tính CASIO fx – 570 MS

Cuốn 2: Sử dụng máy tính CASIO fx – 570 MS giải toán THCS

1 - BẬT MÁY – TẮT MÁY

1. Để bật máy tính ấn phím [ON].
2. Để tắt máy tính ấn nhóm phím [SHIFT] [AC].

Lưu ý rằng, máy tính có cài đặt chế độ tự động tắt.

2 - TÍNH TOÁN VỚI SỐ NGUYÊN VÀ SỐ TỰ NHIÊN

Các phép toán này được thực hiện trong Mode COMP, nó được thiết lập bằng cách ấn các phím:

[MODE] [1].

Ví dụ 1:

a. Tính 5×(9 + 7) , ta ấn:

5 [×] [(] 9 [+] 7 [)] [=] → 80

b. Tính 5×(2×6 + 3×4), ta ấn:

5 [×] [(] 2 [×] 6 [+] 3 [×] 4 [)] [=] → 120

Chú ý: Có thể bỏ qua dấu) trước khi ấn phím [=], thật vậy:

5 [×] [(] 2 [×] 6 [+] 3 [×] 4 [=] → 120

Ví dụ 2:

a. Tính 3×(5 – 2×3) , ta ấn:

3 [×] [(] 5 [–] 2 [×] 3 [)] [=] → –1

b. Tính (8 – 5)×(6 – 8:4), ta ấn:

[(] 8 [–] 5 [)] [×] [(] 6 [–] 8 [÷] 4 [)] [=] → 12

Ví dụ 3:

a. Tính 18^2, ta ấn:

18 [x²] [=] → 324

hoặc ấn 18 [^] 2 [=] → 324

b. Tính 6^3, ta ấn:

6 [SHIFT] [x³] [=] → 216

hoặc ấn 6 [^] 3 [=] → 216

c. Tính 7^4, ta ấn:

7 [^] 4 [=] → 2401

d. Tính $-4\times(3^2 - 2^3 + 5^4)$, ta ấn:

[(−)] 4 [×] [(] 3 [x²] [−] 2 [SHIFT] [x³] [+] 5 [^] 4 [)] [=]

→ −2504

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại : (04) 9 724852 – (04) 9 724770 – Fax: (04) 9 714899

Chịu trách nhiệm xuất bản

Giám đốc : **PHÙNG QUỐC BẢO**
Tổng biên tập : **NGUYỄN BÁ THÀNH**

Biên tập
Hải Đăng

Chế bản
NS. Bình Thạnh

Trình bày bìa
Xuân Duyên

Tổng phát hành : Công ty TNHH DỊCH VỤ VĂN HÓA KHANG VIỆT
Địa chỉ :
2bisA Đinh Tiên Hoàng - P.Đakao - Q.1 - TP.HCM
ĐT : 08 9111564 - Fax : 08 9102915
Email: binhthanhbookstore@yahoo.com

ĐỂ HỌC TỐT TOÁN 6 TẬP 2
Mã số : 1L – 248 ĐH2007
In 3.000 cuốn, khổ 16×24 cm, tại Công ty in VIỆT HƯNG.
Số xuất bản : 769 – 2007/CXB/04 – 114/ĐHQGHN ngày 21/09/2007.
Quyết định xuất bản số : 579 LK/XB
In xong và nộp lưu chiểu quý I năm 2008.